

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Северо-Кавказский
регион*

ЕСТЕСТВЕННЫЕ

НАУКИ

2019

1

Журнал основан в 1972 г. Ю.А. Ждановым

Главная редакция:

В.И. Колесников (главный редактор)
В.Е. Закруткин, В.С. Золотарев, А.В. Павленко (заместители главного редактора),
Е.А. Шинкаренко (отв. секретарь)

Редакционная коллегия:

В.И. Колесников – главный редактор, академик РАН, доктор техн. наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения, Россия
В.Е. Закруткин – председатель редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.А. Бабешко – академик РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, Кубанский государственный университет, Россия
Б.С. Карамурзов – доктор техн. наук, профессор, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Россия
Ю.Ф. Коробейник – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.Г. Кусраев – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный математический институт ВШЭ РАН, Россия
Г.Г. Матишов – академик РАН, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный научный центр РАН, Россия
В.И. Минкин – академик РАН, доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
М.Х. Рабаданов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Дагестанский государственный университет, Россия
Э.З. Эмирбеков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.Н. Труфанов – зам. председателя редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.В. Абанин – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
О.С. Безуглова – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Н.И. Бойко – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.В. Бочкарев – доктор геол.-мин. наук, профессор, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Россия
В.В. Внуков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Л.С. Ворович – кандидат физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
О.Н. Демина – доктор биол. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия
А.Г. Захаров – доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Я.М. Ерусалимский – зам. председателя редколлегии, кандидат физ.-мат. наук, доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
М.И. Карякин – доктор физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
С.Б. Климентов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.И. Колесников – кандидат геогр. наук, доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Г.В. Куповых – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.В. Курбатов – доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.М. Лерер – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.А. Миноранский – доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.В. Онищенко – доктор геогр. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия
О.В. Назаренко – кандидат геогр. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
Г.В. Пироговская – доктор с.-х. наук, профессор, Институт почвоведения и агрохимии НАН РБ, Белоруссия
В.С. Рабинович – доктор физ.-мат. наук, профессор, Национальный политехнический институт, Мексика
А.К. Сагателян – доктор геол.-мин. наук, Центр эколого-ноосферных исследований НАН РА, Армения
Э.С. Сианисян – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Ю.А. Устинов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
П. Фаттал – доктор наук, профессор, Университет Нанта, Франция
Ю.А. Федоров – доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.Д. Хованский – кандидат геол.-мин. наук, доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия

Учредители:

Министерство образования и науки Российской Федерации, Дагестанский государственный технический университет, Дагестанский государственный университет, Донской государственный технический университет, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Кубанский государственный технологический университет, Кубанский государственный университет, Пятигорский государственный университет, Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростовский государственный экономический университет, Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова, Северо-Кавказский федеральный университет, Южно-Российский государственный политехнический университет им. М.И. Платова, Южно-Российский институт управления РАНХ и ГС при Президенте РФ, Южный федеральный университет

Над номером работали: Л.С. Ворович, В.И. Литвиненко, О.В. Назаренко, Н.Г. Шатравкина, М.С. Шипитко

Подписано в печать 27.03.2019. Выход в свет 29.03.2019. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.

Шрифт Times. Усл. печ. л. 14,21. Уч.-изд. л. 15,58. Тираж 250 экз. Заказ № 6989

Адрес редакции и издателя (для переписки): 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42,
ЮФУ, журнал «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион», e-mail: izvestiya@sfedu.ru
Адрес в Интернете: www.izvestiya.sfedu.ru

Адрес редколлегии серии «Естественные науки»: 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 2, к. 110,
тел.: +7 (863) 218-40-00 доб. 11-093; доб. 11-094.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции

Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 1, к. 104, тел. +7 (863) 247-80-51.

Journal was founded in 1972 by Yu.A. Zhdanov

Main Edition:

V.I. Kolesnikov (Editor-in-Chief)
V.E. Zakrutkin, V.S. Zolotarev, A.V. Pavlenko (Deputy Editor-in-Chief),
E.A. Shinkarenko (Assistant Editor)

Editorial Board:

V.I. Kolesnikov - Editor-in-Chief, Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Technical Sciences, Professor, Rostov State Transport University, Russia
V.E. Zakrutkin - Chair of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
V.A. Babeshko - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kuban State University, Russia
B.S. Karamurзов - Doctor of Technical Sciences, Professor, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Russia
Yu.F. Korobeinik - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
A.G. Kusraev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Mathematical Institute, Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia
G.G. Matishov - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia
V.I. Minkin - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia
M.H. Rabadanov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Dagestan State University, Russia
E.Z. Emirbekov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
V.N. Trufanov - Deputy Chair of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
A.V. Abanin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
O.S. Bezuglova - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
N.I. Boiko - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
A.V. Bochkarev - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Gubkin Russian State University of Oil and Gas, Russia
V.V. Vnukov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
L.S. Vorovich - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
O.N. Dyomina - Doctor of Biology, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia
A.G. Zakharov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia
Ya.M. Erusalimsky - Deputy Chair of the Editorial Board, Candidate of Physics and Mathematics, Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia
M.I. Karjakin - Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
S.B. Klimentov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
S.I. Kolesnikov - Candidate of Geography, Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia
G.V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
S.V. Kurbatov - Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia
A.M. Lerer - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
V.A. Minoranskiy - Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia
V.V. Onishchenko - Doctor of Geography, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia
O.V. Nazarenko - Candidate of Geography, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
G.V. Pirogovskaya - Doctor of Agricultural Science, Professor, Institute of Soil Science and Agrochemistry, National Academy of Sciences of Belarus, Belarus
V.S. Rabinovich - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, National Polytechnic Institute, Mexico
A.K. Saghatelian - Doctor of Geology and Mineralogy, Center for Ecological and Noospheric Studies, National Academy of Sciences of Armenia, Armenia
E.S. Sianisyan - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
Yu.A. Ustinov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
P. Fattal - PhD, Professor, University of Nantes, France
Yu.A. Fedorov - Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia
A.D. Khovanskiy - Candidate of Geology and Mineralogy, Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia

The Founders

Ministry of Education and Science of the Russian Federation, Dagestan State Technical University, Dagestan State University, Don State Technical University, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Kuban State University, Kuban State Technological University, Pyatigorsk State University, Rostov State Transport University, Rostov State University of Economics, Khetagurov North Ossetian State University, North Caucasus Federal University, Platov South Russian State Technical University, South Russian Institute of Management, Russian Academy of National Economy and Public Administration of the President of the Russian Federation, Southern Federal University

Magazine released L.S. Vorovich, V.I. Litvinenko, O.V. Nazarenko, N.G. Shatravkina, M.S. Shipitko

Signed print 27.03.2019. The publication 29.03.2019. Format 60×84 1/8. Offset paper. Font Times.
Conv. print. sheets 14,21. Publ. sign. 15,58. Edition 250 copies. Order number 6989.

Address of Editorial Board and the publisher (for correspondence): 344006, Rostov-on-Don, Bolshaya Sadovaya St., 105/42,
SFU, journal "Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Severo-Kavkazskii region", e-mail: izvestiya@sfnu.ru
Web Address: www.izvestiya.sfnu.ru

Address of Editorial Board of the series "Natural Science": 344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 2, room 110,
phone +7 (863) 218-40-00 ext. 11-093; ext. 11-094.

Printed in the printing department, and corporate souvenirs,
Publishing and printing complex KIBI MEDIA CENTER, SFU,
344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 1, room 104, phone (863) 247-80-51

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН

IZVESTIYA VUZOV. SEVERO-KAVKAZSKII REGION

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1

Регистрационный номер 011019
Комитета Российской Федерации по печати
Научно-образовательный и прикладной журнал
Издается с 1973 г.
Периодичность серии 4 номера в год
№ 1 (201) 2019 г.

Reg. No. 011019
Of the Committee of the Press of the Russian Federation
Scientifically educational and applied magazine
Was founded in 1973.
Period is 4 numbers per a year
No. 1 (201) 2019.

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

NATURAL SCIENCE

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

- Алдашев С.А.** Нелокальная краевая задача в цилиндрической области для многомерного уравнения Лаврентьева – Бицадзе 4
Ильин К.И., Моргулис А.Б. Критические кривые сквозного течения Куэтта – Тейлора 10
Лысенко И.А. Об устойчивости вихревого треугольника, квадрата и пентагона в двухжидкостной плазме 17
Норкин М.В. Несимметричное кавитационное движение кругового цилиндра в жидкости после удара 24
Пожарский Д.А., Бедойдзе М.В., Пожарская Е.Д. Периодические контактные задачи для слоя 30
Рустанов А.Р., Юдин А.И., Мелехина Т.Л. Геометрия строго псевдокосимплектических многообразий... 33
Чуев К.А. Математическое моделирование теплообмена при конвективной сушке железорудного сырья ... 41

- Aldashev S.A.** Non-Local Boundary Value Problem in Cylindrical Domain for the Lavrentiev-Bitsadze Multidimensional Equation..... 4
Ilin K.I., Morgulis A.B. Critical Curves for the Couette-Taylor Throughflow 10
Lysenko I.A. On Stability of a Vortex Triangle, Square and Pentagon in the Two-Fluid Plasma..... 17
Norkin M.V. Non-Symmetric Cavitation Movement of a Circular Cylinder in a Liquid After Impact..... 24
Pozharskii D.A., Bedoidze M.V., Pozharskaya E.D. Periodic Contact Problems for a Layer 30
Rustanov A.R., Yudin A.I., Melekhina T.L. Geometry of Strictly Pseudo-Cosymplectic Manifolds..... 33
Chuev K.A. Mathematical Modeling of Heat and Mass Transfer During Convective Drying of Iron Ore..... 41

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

SCIENCES OF EARTH

- Гасанов Г.Н., Асварова Т.А., Гаджиев К.М., Баширов Р.Р., Абдулаева А.С., Ахмедова З.Н., Салихов Ш.К., Семенова В.В., Шайхалова Ж.О.** Аккумуляция калия и кальция растительными ассоциациями пастбищных фитоценозов Терско-Кумской низменности 46
Гусейнова С.М., Джафарова Ч.М., Джафаров А.М. Горно-коричневые почвы южного склона Большого Кавказа 56
Демина О.Н., Кипкеева П.А., Потепенко Ю.Я., Борлакова Ф.М. Травяная растительность на выступе ледникового ложа троговой долины р. Теберды (Северный Кавказ) 67

- Gasanov G.N., Asvarova T.A., Hajiyev K.M., Bashirov R.R., Abdulaeva A.S., Akhmedova Z.N., Salikhov Sh.K., Semenova V.V., Shaykhalova Zh.O.** Accumulation of Potassium and Calcium in Plant Associations of Pasture Phytocenoses of Terek-Kuma Lowland 46
Huseynova S.M., Jafarova Ch.M., Jafarov A.M. Mountain-Brown Soils of the Southern Slope of the Great Caucasus..... 56
Demina O.N., Kipkeeva P.A., Potapenko Yu.Ya., Borlakova F.M. Grass Vegetation on the Ledge of the Glacial Lodge of the Through Valleys River Teberda (North Caucasus)..... 67

Максимов Д.В. О туристском районировании территории России.....	76	Maksimov D.V. About the Tourist Division of the Territory of Russia	76
Решетняк О.С., Кондакова М.Ю., Даниленко А.О., Косменко Л.С., Решетняк В.Н. Тенденции изменчивости химического состава речных вод европейской части арктической зоны России.....	86	Reshetnyak O.S., Kondakova M.Yu., Danilenko A.O., Kosmenko L.S., Reshetnyak V.N. Trends in the Chemical Composition in the River Waters of the European Part of the Arctic Zone, Russian Federation.....	86
Табунщик В.А., Петлюкова Е.А. Густота расчленения рельефа на территории Крымского полуострова ...	95	Tabunshchik V.A., Petlukova E.A. Density of the Relief Dissection on the Territory of the Crimean Peninsula	95

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Гончарова О.А. Интродукция кавказских видов рода <i>Sorbus L.</i> на Кольском полуострове.....	101	Goncharova O.A. Introduction of Caucasian Species of Genus <i>Sorbus L.</i> in the Kola Peninsula.....	101
Кит О.И., Котиева И.М., Франциянц Е.М., Каплиева И.В., Трепитаки Л.К., Бандовкина В.А., Нескубина И.В., Сурикова Е.И., Черярина Н.Д., Погорелова Ю.А., Немашкалова Л.А. Влияние хронической нейропатической боли на течение злокачественного процесса меланомы B16/F10 у самцов мышей	106	Kit O.I., Kotieva I.M., Frantsiyants E.M., Kaplieva I.V., Trepitaki L.K., Bandovkina V.A., Neskubina I.V., Surikova E.I., Cheryarina N.D., Pogorelova J.A., Nemashkalova L.A. Influence of Chronic Neuropathic Pain on the Course of Malignant B16/F10 Melanoma in Male Mice	106
Франциянц Е.М., Кит О.И., Котиева И.М., Каплиева И.В., Козлова Л.С., Бандовкина В.А., Трепитаки Л.К., Погорелова Ю.А., Розенко Л.Я. Тканевая система регуляции плазминогена в динамике меланомы кожи у мышей-самцов, воспроизведенной на фоне хронической боли	112	Frantsiyants E.M., Kit O.I., Kotieva I.M., Kaplieva I.V., Kozlova L.S., Bandovkina V.A., Trepitaki L.K., Pogorelova J.A., Rozenko L.Ya. Tissue System of Plasminogen Regulation in Dynamics of Cutaneous Melanoma in Male Mice with Chronic Pain	112

BIOLOGICAL SCIENCES

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

УДК 517.956

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-4-9

НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ МНОГОМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЛАВРЕНТЬЕВА – БИЦАДЗЕ

© 2019 г. С.А. Алдашев¹

¹Казахский национальный педагогический университет им. Абая, г. Алматы, Казахстан

NON-LOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM IN CYLINDRICAL DOMAIN FOR THE LAVRENTIEV-BITSADZE MULTIDIMENSIONAL EQUATION

S.A. Aldashev¹

¹Abay Kazakh National Pedagogical University, Almaty, Kazakhstan

Алдашев Серик Аймурзаевич – доктор физико-математических наук, профессор, кафедра математики и математического моделирования, Институт математики, физики и информатики, Казахский национальный педагогический университет им. Абая, ул. Толе би 86, г. Алматы, 050012, Казахстан, e-mail: aldash51@mail.ru

Serik A. Aldashev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Mathematics and Mathematical Modeling, Institute of Mathematics, Physics and Informatics, Abay Kazakh National Pedagogical University, Tole bi St., 86, Almaty, 050012, Kazakhstan, e-mail: aldash51@mail.ru

Многомерные гиперболическо-эллиптические уравнения описывают важные физические, астрономические и геометрические процессы. Известно, что колебания упругих мембран в пространстве по принципу Гамильтона можно моделировать многомерным волновым уравнением. Полагая, что в положении изгиба мембрана находится в равновесии, из принципа Гамильтона также получаем многомерное уравнение Лапласа. Следовательно, колебания упругих мембран в пространстве можно моделировать в качестве многомерного уравнения Лаврентьева – Бицадзе.

При изучении этих приложений возникает необходимость получения явного представления исследуемых краевых задач.

Локальные краевые задачи для гиперболическо-эллиптических уравнений в специальных областях на плоскости и в пространстве достаточно хорошо изучены. Связанные с ними нелокальные задачи еще не изучены. В данной работе для многомерного уравнения Лаврентьева – Бицадзе доказана разрешимость и получены явный вид классического решения нелокальной краевой задачи в цилиндрической области и критерий единственности решения. В статье используется метод, предложенный в работах автора.

Ключевые слова: многомерное уравнение, нелокальная задача, цилиндрическая область, критерий.

Multidimensional hyperbolic-elliptic equations describe important physical, astronomical, and geometric processes. It is known that the oscillations of elastic membranes in space according to the Hamilton principle can be modeled by multidimensional wave equation. Assuming that the membrane is in equilibrium in the bending position, Hamilton's principle also yields the Laplace multidimensional equation. Consequently, oscillations of elastic membranes in space can be modeled as a Lavrentiev-Bitsadze multidimensional equation.

When studying these applications, it is necessary to obtain an explicit representation of the investigated boundary value problems.

Local boundary-value problems for hyperbolic-elliptic equations in special domains on the plane and in space have been well studied. As far as we know, the non-local tasks associated with them have not yet been studied.

In this paper, for Lavrentiev-Bitsadze multidimensional equation, solvability is proved and an explicit form of the classical solution of a nonlocal boundary value problem in a cylindrical domain is obtained. A criterion for the uniqueness of the solution was also obtained. The article uses the method proposed in the works of the author.

Keywords: multidimensional equation, non-local problem, cylindrical domain, criterion.

Введение

Известно, что колебания упругих мембран в пространстве моделируются уравнениями в частных производных. Если прогиб мембраны считать функцией $u(x, t)$, $x = (x_1, \dots, x_m)$, $m \geq 2$, по принципу Гамильтона приходим к многомерному волновому уравнению.

Полагая, что в положении изгиба мембрана находится в равновесии, из принципа Гамильтона также получаем многомерное уравнение Лапласа.

Следовательно, колебания упругих мембран в пространстве можно моделировать многомерным уравнением Лаврентьева – Бицадзе.

Корректность краевых задач для гиперболических уравнений в специальных областях была объектом исследований на плоскости [1–5] и в пространстве [5–9]. Насколько нам известно, связанные с ними нелокальные задачи еще не изучены.

Более полную библиографию работ, посвященных этой тематике, можно найти в монографиях [5, 6].

В данной работе для многомерного уравнения Лаврентьева – Бицадзе доказана однозначная разрешимость, получены явный вид классического решения нелокальной краевой задачи в цилиндрической области и критерий единственности решения. В статье используется метод, предложенный в работах [7–9].

Постановка задачи и результаты

Пусть Ω_{ab} – цилиндрическая область евклидова пространства E_{m+1} точек $(x_1, \dots, x_m, t)$, ограниченная цилиндром $\Gamma = \{(x, t) : |x| = 1\}$, плоскостями $t = a > 0$ и $t = b < 0$; $|x|$ – длина вектора $x = (x_1, \dots, x_m)$.

Обозначим через Ω_a и Ω_b части области Ω_{ab} , лежащие в полупространствах $t > 0$ и $t < 0$.

Пусть S – общая часть границ областей Ω_a и Ω_b , представляющая множество $\{t = 0, 0 < |x| < 1\}$ в E_m .

В области Ω_{ab} рассмотрим многомерное уравнение Лаврентьева – Бицадзе

$$(\operatorname{sgn} t) \Delta_x u - u_{tt} = 0, \quad (1)$$

где Δ_x – оператор Лапласа по переменным $x_1, \dots, x_m$, $m \geq 2$.

В дальнейшем нам удобно перейти от декартовых координат $x_1, \dots, x_m, t$ к сферическим $r, \theta_1, \dots, \theta_{m-1}, t$, $r \geq 0$, $0 \leq \theta_1 < 2\pi$, $0 \leq \theta_i \leq \pi$, $i = 2, 3, \dots, m-1$, $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_{m-1})$.

Рассмотрим следующую нелокальную краевую задачу.

Задача 1. Найти решение уравнения (1) в области Ω_{ab} при $t \neq 0$ из класса $C(\overline{\Omega_{ab}}) \cap C^1(\Omega_{a\beta}) \cap C^2(\Omega_a \cup \Omega_b)$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$\begin{cases} \beta_1 u(r, \theta, a) = \gamma_1 u(r, \theta, b) + \varphi_1(r, \theta), \\ \beta_2 u_t(r, \theta, a) = \gamma_2 u_t(r, \theta, b) + \varphi_2(r, \theta), \end{cases} \quad (2)$$

$$u|_{\Gamma} = \psi(t, \theta), \quad (3)$$

где $\beta_j, \gamma_j = \text{const}, \beta_j^2 + \gamma_j^2 \neq 0, j = 1, 2$.

Пусть $\{Y_{n,m}^k(\theta)\}$ – система линейно независимых сферических функций порядка n , $1 \leq k \leq k_n, (m-2)!n! k_n = (n+m-3)! (2n+m-3)!$,

$W_2^l(S), l = 0, 1, \dots$ – пространство Соболева.

Имеет место [10]

Лемма 1. Пусть $f(r, \theta) \in W_2^l(S)$. Если $l \geq m-1$, то ряд

$$f(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} f_n^k(r) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (4)$$

а также ряды, полученные из него дифференцированием порядка $p \leq l - m + 1$, сходятся абсолютно и равномерно, при этом

$$f_n^k(r) = \int_H f(r, \theta) Y_{n,m}^k(\theta) dH,$$

где H – единичная сфера в E_m .

Лемма 2. Для того чтобы $f(r, \theta) \in W_2^l(S)$, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты ряда (4) удовлетворяли неравенствам

$$|f_0^1(r)| \leq C_1, \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} n^{2l} |f_n^k(r)|^2 \leq C_2, C_1, C_2 = \text{const}.$$

Через $\overline{\varphi}_{1n}^k(r), \overline{\varphi}_{2n}^k(r), \psi_n^k(t)$ обозначим коэффициенты ряда (4) функций $\varphi_1(r, \theta), \varphi_2(r, \theta), \psi(t, \theta)$.

Пусть

$$\varphi_1(r, \theta), \varphi_2(r, \theta) \in W_2^l(S); \psi(t, \theta) \in W_2^l(\Gamma), l > \frac{3m}{2}.$$

Теорема 1. Если имеет место соотношение

$$(\beta_1\gamma_2 - \gamma_1\beta_2)(\cos\mu_{s,n}a)ch\mu_{s,n}b + (\beta_1\gamma_2 + \gamma_1\beta_2)(\sin\mu_{s,n}a)sh\mu_{s,n}b \neq \gamma_1\gamma_2 - \beta_1\beta_2, \quad (5)$$

то задача 1 однозначно разрешима, здесь $\mu_{s,n}$ – положительные нули функции Бесселя первого рода $J_{n+\frac{(m-2)}{2}}(z)$, расположенные в порядке возрастания их величины.

Теорема 2. Решение задачи 1 единственно тогда и только тогда, когда выполняется условие (5).

Доказательство теоремы 1. В сферических координатах уравнение (1) в области Ω_a имеет вид

$$u_{rr} + \frac{m-1}{r}u_r - \frac{1}{r^2}\delta u - u_{tt} = 0, \quad (6)$$

$$\delta \equiv -\sum_{j=1}^{m-1} \frac{1}{g_j \sin^{m-j-1}\theta_j} \frac{\partial}{\partial \theta_j} \left(\sin^{m-j}\theta_j \frac{\partial}{\partial \theta_j} \right),$$

$$g_1 = 1, \quad g_j = (\sin\theta_1 \dots \sin\theta_{j-1})^2, \quad j > 1.$$

Известно [10], что спектр оператора δ состоит из собственных чисел $\lambda_n = n(n+m-2), n=0,1,\dots$, каждому из которых соответствует k_n ортонормированных собственных функции $Y_{n,m}^k(\theta)$.

Так как искомое решение задачи 1 в области Ω_a принадлежит классу $C(\bar{\Omega}_a) \cap C^2(\Omega_a)$, то его можно искать в виде

$$u(r, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} \bar{u}_n^k(r, t) Y_{n,m}^k(\theta), \quad (7)$$

где $\bar{u}_n^k(r, t)$ – функции, подлежащие определению.

Подставляя (7) в (6) и используя ортогональность сферических функций $Y_{n,m}^k(\theta)$ [10], будем иметь

$$\bar{u}_{nrr}^k + \frac{m-1}{r}\bar{u}_{nr}^k - \bar{u}_{ntt}^k - \frac{\lambda_n}{r^2}\bar{u}_n^k = 0, \quad k = \overline{1, k_n}, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (8)$$

при этом краевое условие (3) с учетом леммы 1 запишется в виде

$$\bar{u}_n^k(1, t) = \psi_n^k(t), \quad k = \overline{1, k_n}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (9)$$

Производя замену $\bar{v}_n^k(r, t) = \bar{u}_n^k(r, t) - \psi_n^k(t)$ в (8), (9), получим

$$\begin{aligned} \bar{v}_{nrr}^k + \frac{m-1}{r}\bar{v}_{nr}^k - \bar{v}_{ntt}^k - \frac{\lambda_n}{r^2}\bar{v}_n^k &= \bar{f}_n^k(r, t), \\ \bar{v}_n^k(1, t) &= 0, \quad k = \overline{1, k_n}, \quad n = 0, 1, \dots, \\ \bar{f}_n^k(r, t) &= \psi_{ntt}^k + \frac{\lambda_n}{r^2}\psi_n^k(t). \end{aligned} \quad (10)$$

Произведя замену $\bar{v}_n^k(r, t) = r^{\frac{1-m}{2}} v_n^k(r, t)$, задачу (10) приведем к следующей:

$$L_1 v_n^k \equiv v_{nrr}^k - v_{ntt}^k + \frac{\bar{\lambda}_n}{r^2} v_n^k = f_n^k(r, t),$$

$$v_n^k(1, t) = 0, \quad k = \overline{1, k_n}, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (11)$$

$$\bar{\lambda}_n = \frac{(m-1)(3-m)-4\lambda_n}{4}, \quad f_n^k(r, t) = r^{\frac{(m-1)}{2}} \bar{f}_n^k(r, t).$$

Решение задачи (11) ищем в виде

$$v_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} R_s(r) T_s(t). \quad (12)$$

При этом пусть

$$f_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} a_{ns}^k(t) R_s(r). \quad (13)$$

Подставляя (12) в (11), с учетом (13) получим

$$R_{srr} + \left(\frac{\bar{\lambda}_n}{r^2} + \mu \right) R_s = 0, \quad 0 < r < 1, \quad (14)$$

$$R_s(1) = 0, |R_s(0)| < \infty, \quad (15)$$

$$T_{stt} + \mu_{s,n}^2 T_s(t) = -a_{ns}^k(t), \quad 0 < t < a. \quad (16)$$

Ограниченным решением задачи (14), (15) является [11]

$$R_s(r) = \sqrt{r} J_\nu(\mu_{s,n} r), \quad (17)$$

где $\nu = n + \frac{m-2}{2}, \mu = \mu_{s,n}^2$.

Общее решение (16) имеет вид [11]

$$\begin{aligned} T_{s,n}(t) &= c_{1s} \cos \mu_{s,n} t + c_{2s} \sin \mu_{s,n} t + \frac{\cos \mu_{s,n} t}{\mu_{s,n}} \times \\ &\times \int_0^t a_{ns}^k(\xi) \sin \mu_{s,n} \xi d\xi - \frac{\sin \mu_{s,n} t}{\mu_{s,n}} \times \\ &\times \int_0^t a_{ns}^k(\xi) \cos \mu_{s,n} \xi d\xi, \end{aligned} \quad (18)$$

где c_{1s}, c_{2s} – произвольные постоянные.

Подставляя (17) в (13), получим уравнение

$$r^{\frac{1}{2}} f_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} a_{ns}^k(t) J_\nu(\mu_{s,n} r), \quad 0 < r < 1,$$

которое является рядом Фурье – Бесселя [12], если

$$a_{ns}^k(t) = 2[J_{\nu+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} f_n^k(\xi, t) J_\nu(\mu_{s,n} \xi) d\xi. \quad (19)$$

Из (17), (18) получим решение задачи (11) в виде

$$v_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} \sqrt{r} T_{s,n}(t) J_\nu(\mu_{s,n} r), \quad (20)$$

где $a_{ns}^k(t)$ определяется из (19).

Теперь переходим в области Ω_b к краевой задаче для уравнения

$$u_{rr} + \frac{m-1}{r}u_r - \frac{1}{r^2}\delta u + u_{tt} = 0 \quad (21)$$

с условием (3).

Решение задачи (3), (21) будем искать в виде (7). Подставляя (7) в (21), получим уравнение

$$\bar{u}_{nrr}^k + \frac{m-1}{r} \bar{u}_{nr}^k + \bar{u}_{ntt}^k - \frac{\lambda_n}{r^2} \bar{u}_n^k = 0, k = \overline{1, k_n}, n = 0, 1, \dots, \quad (22)$$

при этом краевое условие (3) запишется в виде (9).

Производя замену $\bar{\omega}_n^k(r, t) = \bar{u}_n^k(r, t) - \psi_n^k(t)$, а за-

тем $\bar{\omega}_n^k(r, t) = r^{\frac{1-m}{2}} \omega_n^k(r, t)$, задачу (9), (22) приведем к следующей:

$$L_2 \omega_n^k \equiv \omega_{nrr}^k + \omega_{ntt}^k + \frac{\bar{\lambda}_n}{r^2} \omega_n^k = g_n^k(r, t),$$

$$\omega_n^k(1, t) = 0, k = \overline{1, k_n}, n = 0, 1, \dots, \quad (23)$$

$$g_n^k(r, t) = r^{\frac{m-1}{2}} [-\psi_{ntt}^k + \frac{\lambda_n}{r^2} \psi_n^k(t)].$$

Решение задачи (23) будем искать в виде

$$\omega_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} R_s(r) V_s(t), \quad (24)$$

при этом пусть

$$g_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{ns}^k(t) R_s(r). \quad (25)$$

Подставляя (24) в (23), с учетом (25) приходим к задаче (15), (16) и к уравнению

$$V_{stt} - \mu_{s,n}^2 V_s = b_{ns}^k(t), b < t < 0. \quad (26)$$

Общее решение уравнения (25) имеет вид [11]

$$V_{s,n}(t) = c_{1s}^k \operatorname{ch} \mu_{s,n} t + c_{2s}^k \operatorname{sh} \mu_{s,n} t - \frac{\operatorname{ch} \mu_{s,n} t}{\mu_{s,n}} \times$$

$$\times \int_0^t b_{ns}^k(\xi) \operatorname{sh} \mu_{s,n} \xi d\xi + \frac{\operatorname{sh} \mu_{s,n} t}{\mu_{s,n}} \int_t^0 b_{ns}^k(\xi) \operatorname{ch} \mu_{s,n} \xi d\xi. \quad (27)$$

Подставляя (17) в (25), получим уравнение

$$r^{-\frac{1}{2}} g_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{ns}^k(t) J_v(\mu_{s,n} r), 0 < r < 1,$$

которое является рядом Фурье – Бесселя, если

$$b_{ns}^k(t) = 2[J_{v+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} g_n^k(\xi, t) J_v(\mu_{s,n} \xi) d\xi. \quad (28)$$

Из (17), (27) получим решение задачи (23)

$$\omega_n^k(r, t) = \sum_{s=1}^{\infty} \sqrt{r} V_{s,n}(t) J_v(\mu_{s,n} r), \quad (29)$$

где $b_{ns}^k(t)$ находится из (28).

Так как искомое решение $u \in C(\bar{\Omega}_{ab}) \cap C^1(\Omega_{ab})$, то из (7), (20), (29) вытекает, что $T_s(0) = V_s(0), T_s'(0) = V_s'(0)$.

Отсюда из (18), (27), а также из краевого условия (2) для неизвестных коэффициентов

$c_{1s}, c_{2s}, c_{1s}', c_{2s}'$ получим следующие соотношения:

$$\begin{cases} c_{1s} = c_{1s}', c_{2s} = -c_{2s}', \\ \beta_1 T_{s,n}(a) = \gamma_1 V_{s,n}(b) + e_{ns}^k, \\ \beta_2 T_{s,n}'(a) = \gamma_1 V_{s,n}'(b) + d_{ns}^k, \end{cases} \quad (30)$$

где

$$e_{ns}^k = 2[J_{v+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} \phi_{1n}^k(\xi) J_v(\mu_{s,n} \xi) d\xi, d_{ns}^k =$$

$$= 2[J_{v+1}(\mu_{s,n})]^{-2} \int_0^1 \sqrt{\xi} \phi_{2n}^k(\xi) J_v(\mu_{s,n} \xi) d\xi,$$

$$\phi_{1n}^k(r) = r^{-\frac{m-1}{2}} [\bar{\phi}_{1n}^k(r) + \gamma_1 \psi_n^k(b) - \beta_1 \psi_n^k(a)], \phi_{2n}^k(r) =$$

$$= r^{-\frac{m-1}{2}} [\bar{\phi}_{2n}^k(r) + \gamma_2 \psi_{nt}^k(b) - \beta_2 \psi_{nt}^k(a)].$$

Далее из общих уравнений (18), (27), учитывая (30), получим систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} \mu_{s,n} (\beta_1 \cos \mu_{s,n} a - \gamma_1 \operatorname{ch} \mu_{s,n} b) c_{1s} + \\ + \mu_{s,n} (\beta_1 \sin \mu_{s,n} a + \gamma_1 \operatorname{sh} \mu_{s,n} b) c_{2s} = \\ = \beta_1 (\sin \mu_{s,n} a \int_0^a a_{ns}^k(\xi) \cos \mu_{s,n} \xi d\xi - \\ - \cos \mu_{s,n} a \int_0^a a_{ns}^k(\xi) \sin \mu_{s,n} \xi d\xi) + \gamma_1 \times \\ \times (\operatorname{sh} \mu_{s,n} b \int_0^b b_{ns}^k(\xi) \operatorname{ch} \mu_{s,n} \xi d\xi - \\ - \operatorname{ch} \mu_{s,n} b \int_0^b b_{ns}^k(\xi) \operatorname{sh} \mu_{s,n} \xi d\xi) + \mu_{s,n} e_{ns}, \\ \mu_{s,n} (-\beta_2 \sin \mu_{s,n} a - \gamma_2 \operatorname{sh} \mu_{s,n} b) c_{1s} + \\ + \mu_{s,n} (\beta_2 \cos \mu_{s,n} a + \gamma_2 \operatorname{ch} \mu_{s,n} b) c_{2s} = \\ = \beta_2 (\sin \mu_{s,n} a \int_0^a a_{ns}^k(\xi) \sin \mu_{s,n} \xi d\xi + \\ + \cos \mu_{s,n} a \int_0^a a_{ns}^k(\xi) \cos \mu_{s,n} \xi d\xi) + \\ + \gamma_2 (\operatorname{ch} \mu_{s,n} b \int_0^b b_{ns}^k(\xi) \operatorname{ch} \mu_{s,n} \xi d\xi - \\ - \operatorname{sh} \mu_{s,n} b \int_0^b b_{ns}^k(\xi) \operatorname{sh} \mu_{s,n} \xi d\xi) + d_{ns}. \end{cases} \quad (31)$$

Вычислим её определитель.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \mu_{s,n} (\beta_1 \cos \mu_{s,n} a - \gamma_1 \operatorname{ch} \mu_{s,n} b) \\ \mu_{s,n} (\beta_1 \sin \mu_{s,n} a + \gamma_1 \operatorname{sh} \mu_{s,n} b) \\ \mu_{s,n} (-\beta_2 \sin \mu_{s,n} a - \gamma_2 \operatorname{sh} \mu_{s,n} b) \\ \mu_{s,n} (\beta_2 \cos \mu_{s,n} a + \gamma_2 \operatorname{ch} \mu_{s,n} b) \end{vmatrix} =$$

$$= \mu_{s,n}^2 (\beta_1 \cos \mu_{s,n} a - \gamma_1 \operatorname{ch} \mu_{s,n} b) \times$$

$$\times (\beta_2 \cos \mu_{s,n} a + \gamma_2 \operatorname{ch} \mu_{s,n} b) -$$

$$- \mu_{s,n}^2 (-\beta_2 \sin \mu_{s,n} a - \gamma_2 \operatorname{sh} \mu_{s,n} b) \times$$

$$\times (\beta_1 \sin \mu_{s,n} a + \gamma_1 \operatorname{sh} \mu_{s,n} b) =$$

$$= \mu_{s,n}^2 [\beta_1 \beta_2 \cos^2 \mu_{s,n} a - \beta_1 \gamma_2 (\cos \mu_{s,n} a) \operatorname{ch} \mu_{s,n} b -$$

$$- \gamma_1 \beta_2 (\cos \mu_{s,n} a) \operatorname{ch} \mu_{s,n} b -$$

$$- \gamma_1 \gamma_2 \operatorname{ch}^2 \mu_{s,n} b + \beta_1 \beta_2 \sin^2 \mu_{s,n} a +$$

$$+ \beta_2 \gamma_1 (\sin \mu_{s,n} a) \operatorname{sh} \mu_{s,n} b +$$

$$+ \beta_1 \gamma_2 (\sin \mu_{s,n} a) \operatorname{sh} \mu_{s,n} b + \gamma_1 \gamma_2 \operatorname{sh}^2 \mu_{s,n} b] =$$

$$= \mu_{s,n}^2 [\beta_1 \beta_2 - \gamma_1 \gamma_2 + (\beta_1 \gamma_2 - \gamma_1 \beta_2)(\cos \mu_{s,n} a) ch \mu_{s,n} b + (\beta_1 \gamma_2 + \beta_2 \gamma_1)(\sin \mu_{s,n} a) sh \mu_{s,n} b] + (\beta_1 \gamma_2 - \gamma_1 \beta_2)(\cos \mu_{s,n} a) ch \mu_{s,n} b + (\beta_1 \gamma_2 + \beta_2 \gamma_1)(\sin \mu_{s,n} a) sh \mu_{s,n} b \neq \gamma_1 \gamma_2 - \beta_1 \beta_2,$$

то $\Delta \neq 0$.

Таким образом, при выполнении условия (5) система алгебраических уравнений (31) однозначно разрешима.

Следовательно, из (20), (29) получим единственное решение задачи 1 в виде ряда

$$\begin{cases} u(r, \theta, t) = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} [\psi_n^k(t) + r^{\frac{(1-m)}{2}} \upsilon_n^k(r, t)] Y_{n,m}^k(\theta), t > 0, \\ u(r, \theta, t) = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} [\psi_n^k(t) + r^{\frac{(1-m)}{2}} \omega_n^k(r, t)] Y_{n,m}^k(\theta), t < 0, \end{cases} \quad (32)$$

где неизвестные коэффициенты $c_{1s}, c_{2s}, c_{1s}', c_{2s}'$ определяются из (30), (31).

Учтем свойства нулей функций Бесселя [12] и формулы из [12, 13]:

1⁰. Если $\mu_{v,1}, \mu_{v,2}, \dots$ – положительные нули функции $J_v(z)$, упорядоченные по возрастанию значений, то

$$0 < \mu_{v,1} < \mu_{v+1,1} < \mu_{v,2} < \mu_{v+1,2} < \mu_{v,3} < \dots, v > -1.$$

2⁰. Если μ_v, μ_v', μ_v'' являются наименьшими положительными нулями функций $J_v(z), J_v'(z), J_v''(z)$ соответственно, то

$$\begin{aligned} \sqrt{v(v+2)} < \mu_v < \sqrt{2(v+1)(v+3)}, v > 0, \\ \sqrt{v(v+2)} < \mu_v < \sqrt{2v(v+1)}, v > 0, \\ \sqrt{v(v-1)} < \mu_v < \sqrt{(v^2-1)}, v > 1. \end{aligned}$$

$$\sin z = z(1 - z \sum_{n=1}^{\infty} (4n^2 - 1)^{-1} [J_n(nz)]^2),$$

$$2J_v'(z) = J_{v-1}(z) - J_{v+1}(z), \quad (33)$$

$$J_v(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos(z - \frac{\pi}{2}v - \frac{\pi}{4}) + O(\frac{1}{z^{\frac{3}{2}}}), v \geq 0.$$

Применяя признак Даламбера, доказываем, что ряды (20), (21) и их продифференцированные ряды сходятся абсолютно и равномерно.

Далее, используя формулы (33) и оценки [10]

$$|k_n| \leq c_1 n^{m-2}, \left| \frac{\partial^q}{\partial \theta^q} Y_{n,m}^k(\theta) \right| \leq c_2 n^{\frac{m}{2}-1+q}, \quad (34)$$

$$j = \overline{1, m-1}, q = 0, 1, \dots,$$

а также леммы и ограничения на заданные функции $\varphi_1(r, \theta), \varphi_2(r, \theta), \psi(t, \theta)$, аналогично [7–9] показыва-

ем, что полученное решение (32) принадлежит классу $C(\overline{\Omega}_{ab}) \cap C^1(\Omega_{ab}) \cap C^2(\Omega_a \cup \Omega_b)$.

Теорема 1 доказана.

Доказательство теоремы 2. Если выполняется условие (5), то из теоремы 1 вытекает, что решение задачи 1 единственно.

Пусть теперь условие (5) нарушено хотя бы для одного $s = l$, т.е. существует $s = l$ такое, что

$$\begin{aligned} &(\beta_1 \gamma_2 - \gamma_1 \beta_2)(\cos \mu_{l,n} a) ch \mu_{l,n} b + \\ &+ (\beta_1 \gamma_2 + \gamma_1 \beta_2)(\sin \mu_{l,n} a) sh \mu_{l,n} b = \\ &= \gamma_1 \gamma_2 - \beta_1 \beta_2 \Leftrightarrow (\beta_1 \cos \mu_{l,n} a - \gamma_1 ch \mu_{l,n} b) \times \\ &\times (\beta_2 \cos \mu_{l,n} a + \gamma_2 ch \mu_{l,n} b) + \\ &+ (\beta_1 \sin \mu_{l,n} a + \gamma_1 sh \mu_{l,n} b) \times \\ &\times (\beta_2 \sin \mu_{l,n} a + \gamma_2 sh \mu_{l,n} b) = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Тогда, если решение однородной задачи, соответствующей задаче 1, будем искать в виде (7), приходим к краевым задачам при $t > 0$

$$\begin{aligned} L_1 \upsilon_n^k &= 0, \\ \upsilon_n^k(1, t) &= 0, k = 1, k_n, n = 0, 1, \dots, \end{aligned}$$

при $t < 0$

$$\begin{aligned} L_2 \omega_n^k &= 0, \\ \omega_n^k(1, t) &= 0, k = 1, k_n, n = 0, 1, \dots \end{aligned}$$

и к условию

$$\begin{aligned} \beta_1 \upsilon_n^k(r, a) &= \gamma_1 \omega_n^k(r, b), \beta_2 \upsilon_n^k(r, a) = \\ &= \gamma_2 \omega_n^k(r, b), k = 1, k_n, n = 0, 1, \dots \end{aligned} \quad (36)$$

Решениями этих задач, удовлетворяющих соотношениям (35), (36), являются соответственно функции

$$\begin{aligned} \upsilon_n^k(r, t) &= (\cos \mu_{l,n} t - \sin \mu_{l,n} t) J_{n+\frac{(m-2)}{2}}(\mu_{l,n} t), t > 0, \\ \omega_n^k(r, t) &= (ch \mu_{l,n} t + sh \mu_{l,n} t) J_{n+\frac{(m-2)}{2}}(\mu_{l,n} t), t < 0. \end{aligned}$$

Следовательно, нетривиальные решения однородной задачи 1 записываются в виде

$$\begin{cases} u(r, \theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} n^{-p} r^{\frac{(1-m)}{2}} \upsilon_n^k(r, t) Y_{n,m}^k(\theta), t > 0, \\ u(r, \theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{k_n} n^{-p} r^{\frac{(1-m)}{2}} \omega_n^k(r, t) Y_{n,m}^k(\theta), t < 0. \end{cases} \quad (37)$$

Из формул (33), (34) следует, что решения (38) принадлежат искомому классу, если $p > \frac{3m}{2}$. Теорема 2 доказана.

Литература

1. Шабат Б.В. Примеры решения Дирихле для уравнения смешанного типа // Докл. АН СССР. 1957. Т. 112, № 3. С. 386–389.
2. Бицадзе А.В. Некорректность задачи Дирихле для уравнений в смешанных областях // Докл. АН СССР. 1958. Т. 112, № 2. С. 167–170.

3. Солдатов А.П. Задачи типа Дирихле для уравнения Лаврентьева – Бицадзе // Докл. РАН. 1993. Т. 332, № 6. С. 696–698; Т. 333, № 1. С. 16–18.
4. Сабитов К.Б. Задача Дирихле для уравнения смешанного типа в прямоугольной области // Докл. РАН. 2007. Т. 413, № 1. С. 23–26.
5. Нахушев А.М. Задачи со смещением для уравнения в частных производных. М.: Наука, 2006. 287 с.
6. Хачев М.М. Задача Дирихле для линейных уравнений смешанного типа в канонических областях : автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Минск, 1999. 42 с.
7. Алдашев С.А. Корректность задачи Дирихле в цилиндрической области для многомерного уравнения Лаврентьева – Бицадзе // Изв. НАН РК. Сер. физико-математическая. 2014. № 3. С. 136–143.
8. Алдашев С.А. Корректность задачи Дирихле в цилиндрической области для одного класса многомерных гипербола-эллиптических уравнений // Нелинейные колебания. Киев, 2013. Т. 16, № 4. С. 435–451.
9. Алдашев С.А. Корректность задачи Дирихле для вырождающегося многомерного уравнения смешанного типа // Нелинейные колебания. Киев, 2017. Т. 20, № 1. С. 20–31.
10. Михлин С.Г. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения. М.: Физматгиз, 1962. 254 с.
11. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука, 1965. 703 с.
12. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1974. Т. 2. 295 с.
13. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.

References

1. Shabat B.V. Primery resheniya Dirikhle dlya uravneniya smeshannogo tipa [Examples of solutions to the Dirichlet problem for equations of mixed type]. *Dokl. AN SSSR*. 1957, vol. 112, No. 3, pp. 386–389.
2. Bitsadze A.V. Nekorrektnost' zadachi Dirikhle dlya uravnenii v smeshannykh oblastyakh [Incorrectness of the Dirichlet problem for equations in mixed domains]. *Dokl. AN SSSR*. 1958, vol. 112, No. 2, pp. 167–170.
3. Soldatov A.P. Zadachi tipa Dirikhle dlya uravneniya Lavrent'eva – Bitsadze [Dirichlet-type problems for the Lavrentiev-Bitsadze equation]. *Dokl. RAN*.

1993, vol. 332, No. 6, pp. 696–698; vol. 333, No. 1, pp. 16–18.

4. Sabitov K.B. Zadacha Dirikhle dlya uravneniya smeshannogo tipa v pryamougol'noi oblasti [Dirichlet problem for a mixed-type equation in a rectangular region]. *Dokl. RAN*. 2007, vol. 413, No. 1, pp. 23–26.

5. Nakhushev A.M. *Zadachi so smeshcheniem dlya uravneniya v chastnykh proizvodnykh* [Displacement problems for the partial differential equation]. Moscow: Nauka, 2006, 287 p.

6. Khachev M.M. *Zadacha Dirikhle dlya lineinykh uravnenii smeshannogo tipa v kanonicheskikh oblastyakh* : avtoref. dis. ... d-ra fiz.-mat. nauk [Dirichlet problem for linear equations of mixed type in canonical domains]. Minsk, 1999, 42 p.

7. Aldashev S.A. Korrektnost' zadachi Dirikhle v tsilindricheskoi oblasti dlya mnogomernogo uravneniya Lavrent'eva – Bitsadze [The correctness of the Dirichlet problem in a cylindrical domain for a Lavrentiev-Bitsadze multidimensional equation]. *Izv. NAN RK. Ser. fiziko-matematicheskaya*. 2014, No. 3, pp. 136–143.

8. Aldashev S.A. Korrektnost' zadachi Dirikhle v tsilindricheskoi oblasti dlya odnogo klassa mnogomernykh giperbolo-ellipticheskikh uravnenii [Correctness of the Dirichlet problem in the cylindrical domain for one class of multidimensional hyperbolic-elliptic equations]. *Nelineinye kolebaniya*. 2013, vol. 16, No. 4, pp. 435–451.

9. Aldashev S.A. Korrektnost' zadachi Dirikhle dlya vyrozhdayushchegosya mnogomernogo uravneniya smeshannogo tipa [Correctness of the Dirichlet problem for a degenerate multidimensional equation of mixed type]. *Nelineinye kolebaniya*. 2017, vol. 20, No. 1, pp. 20–31.

10. Mikhlin S.G. *Mnogomernye singulyarnye integraly i integral'nye uravneniya* [Multidimensional singular integrals and integral equations]. Moscow: Fizmatgiz, 1962, 254 p.

11. Kamke E. *Spravochnik po obyknovennym differentsial'nym uravneniyam* [Reference book on ordinary differential equations]. Moscow: Nauka, 1965, 703 p.

12. Beitmen G., Erdeii A. *Vysshie transtsendentnye funktsii* [Higher transcendental functions]. Moscow: Nauka, 1974, vol. 2, 295 p.

13. Tikhonov A.N., Samarskii A.A. *Uravneniya matematicheskoi fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow: Nauka, 1966, 724 p.

УДК 51.72/74

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-10-16

КРИТИЧЕСКИЕ КРИВЫЕ СКВОЗНОГО ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА – ТЕЙЛОРА

© 2019 г. К.И. Ильин¹, А.Б. Моргулис^{2,3}

¹Йоркский университет, Йорк, Великобритания,

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

³Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, Владикавказ, Россия

CRITICAL CURVES FOR THE COUETTE-TAYLOR THROUGHFLOW

K.I. Ilin¹, A.B. Morgulis^{2,3}

¹University of York, York, UK,

²Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

³ Southern Mathematical Institute – Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Vladikavkaz, Russia

Ильин Константин Иванович – кандидат физико-математических наук, доцент, Йоркский университет, г. Йорк, Великобритания, e-mail: konstantin.ilin@york.ac.uk

Konstantin I. Ilin - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, University of York, Heslington, YO10 5DD, UK, e-mail: konstantin.ilin@york.ac.uk

Моргулис Андрей Борисович – доктор физико-математических наук, профессор, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия; ведущий научный сотрудник, Южный математический институт – филиал Владикавказского научного центра РАН, ул. Маркуса, 22, г. Владикавказ, РСО-Алания, 362027, Россия, e-mail: abmorgulis@sfedu.ru

Andrey B. Morgulis - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milychakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Leading Researcher, Southern Mathematical Institute-Branch of the Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Marcusa St., 22, Vladikavkaz, Republic of North Ossetia-Alania, 362027, Russia, e-mail: abmorgulis@sfedu.ru

Речь идёт о линейной устойчивости течения вязкой несжимаемой и однородной жидкости в зазоре между соосными пористыми цилиндрами. Движение жидкости создаётся вращением цилиндров и нагнетанием/забором жидкости через них. При указанных граничных условиях имеется простое плоское и осесимметричное течение жидкости, отличающееся от классического течения Куэтта – Тейлора радиальным потоком. Мерой интенсивности последнего служит радиальное число Рейнольдса R , построенное по радиусу внутреннего цилиндра и радиальной скорости на нём. Из предшествующих исследований известно, что в пределе бесконечно большого R (эквивалентном пределу исчезающей вязкости жидкости), равно как и при больших конечных R , это течение может быть неустойчиво относительно и плоских, и трёхмерных возмущений, моды которых представляют собой азимутальные или винтовые волны. Цель настоящей работы – дать подробную картину критических кривых этой невязкой неустойчивости, позволяющую, в частности, понять, в какой мере она сохраняется при умеренных радиальных числах Рейнольдса. Решая линейную задачу устойчивости численно, показываем, что невязкая неустойчивость может вытеснить неустойчивость Куэтта – Тейлора в область более высоких азимутальных чисел Рейнольдса и коротких волн и стать доминирующей даже при радиальных числах Рейнольдса ~ 10 .

Ключевые слова: течение Куэтта – Тейлора, пористые цилиндры, устойчивость, неустойчивость, критические кривые.

In this article, we consider the linear stability of a viscous incompressible and homogeneous fluid flow in the gap between coaxial porous cylinders. The flow is driven by rotating the cylinders and pumping/withdrawing fluid through them. Under these boundary conditions, there is a simple plane and axisymmetric flow, which differs from the classical Couette-Taylor flow by the radial flux of fluid. As a measure of the intensity of the latter, we use the radial Reynolds number R , based on the radius of the inner cylinder and on the radial velocity on it. From previous studies, we know that, in the limit of an infinitely large R (that is equivalent to the limit of vanishing fluid viscosity), as well as for large finite R , this flow can become unstable. The corresponding modes of the linear instability are planar azimuthal waves or three-dimensional helical waves. The purpose of the present

work is to detail the picture of the critical curves of this inviscid instability to such the extent which allows one to understand whether it survives at moderate radial Reynolds numbers. Solving the linear stability problem numerically, we show that the inviscid instability can press out the Couette-Taylor instability down to the region of higher azimuthal Reynolds numbers and short waves and become dominant even at radial Reynolds numbers of ~ 10 .

Keywords: Couette-Taylor flow, porous cylinders, stability, instability, critical curves.

Введение

В этой статье мы продолжаем исследование так называемой невязкой неустойчивости течения типа Куэтта – Тейлора с радиальным потоком и в этом смысле развиваем результаты [1–3], группирующиеся вокруг асимптотики больших радиальных чисел Рейнольдса, включая исследование невязкой неустойчивости предельных течений идеальной жидкости и сращивание асимптотических результатов с численными. Речь идёт о продолжении невязкой неустойчивости в область умеренных радиальных чисел Рейнольдса, в частности приводятся диаграммы устойчивости, по степени подробности сравнимые с имеющимися в случае классического течения Куэтта – Тейлора [4].

Устойчивость течений Куэтта – Тейлора с радиальным потоком изучалась многими авторами [5–14]. Большинство исследований были мотивированы приложениями к технологиям динамической фильтрации [15, 16] и к формированию аккреционных дисков чёрных дыр [7, 8, 17, 18]. В [5, 10, 13] установлено, что сходящийся радиальный и достаточно сильный расходящийся потоки стабилизируют основное течение. Однако слабый расходящийся поток его дестабилизирует [10, 13]. Отметим попутно, что этот вывод верен, если зазор между цилиндрами относительно мал, и неверен, если зазор между цилиндрами достаточно большой. Вопрос, который оставался открытым, заключался в том, может ли радиальный поток сам по себе привести к неустойчивости потоков, которые без него были бы устойчивы. На этот вопрос был дан положительный ответ в [19], а затем в [7], где, в частности, была обнаружена неустойчивость специальных классов течений Куэтта – Тейлора с радиальным потоком по отношению к плоским (трансляционно-инвариантным) возмущениям, причём последние возрастали немонотонно, но представляли собой азимутальные волны. Позже было установлено, что такого рода колебательная неустойчивость имеет место в случае невязких безвихревых потоков и сохраняется при малой вязкости [1]. В [2] этот результат был распространён на общие течения Куэтта – Тейлора с радиальным потоком (как сходящиеся, так и расходящиеся) без каких-либо ограничений на угловые скорости цилиндров. Дальнейшее развитие плоской теории

можно найти в статье [8], где, среди прочего, обсуждаются эффекты сжимаемости, трехмерности и нелинейности. В этой статье также отмечена аналогия с так называемой страторотационной неустойчивостью, индуцированной осевой стратификацией плотности в потоке Куэтта – Тейлора [20, 21]. Трехмерное обобщение результатов [2] получено в [3], где показано, что практически во всех случаях наиболее опасны в смысле неустойчивости плоские азимутальные волны (ниже мы покажем, что есть исключения). Наконец, в работе [12] исследована комбинация течения Куэтта – Тейлора с радиальным потоком и аксиальным течением паузельевского типа и, в частности, обнаружено, что критический режим становится неосесимметричным, когда радиальный поток достаточно силен и зазор между цилиндрами достаточно широк.

Хотя перечисленные исследования привели к значительному прогрессу в понимании влияния радиального потока на устойчивость течения Куэтта – Тейлора, полной картины они не дают ввиду различных ограничений на типы возмущений и/или диапазоны параметров. Наши результаты заполняют большинство существующих пробелов в этой области. Здесь мы даём краткое изложение. Подробности см. в [22].

Постановка задачи

Пусть вязкая несжимаемая и однородная жидкость прокачивается через зазор между двумя круглыми пористыми соосными цилиндрами с радиусами $r_2 > r_1$, так что её расход равен некоторой постоянной Q , причём внутренний цилиндр вращается с угловой скоростью $\Omega_1 = \text{const}$, а внешний – со скоростью $\Omega_2 = \text{const}$. В качестве уравнений движения принимаем уравнения Навье – Стокса. На граничных цилиндрах задаем все компоненты скорости жидкости, причём радиальная скорость определяется расходом, а остальные – движением цилиндров. Такая постановка граничных условий соответствует первому приближению условий на интерфейсе жидкость – пористая среда [23].

Безразмерные уравнения движения имеют вид

$$u_t + uu_r + \frac{v}{r}u_\theta + wu_z - \frac{v^2}{r} =$$

$$\begin{aligned} &= -p_r + \frac{1}{|R|} \left(\nabla^2 u - \frac{u}{r^2} - \frac{2}{r^2} v_\theta \right), \\ v_t + uv_r + \frac{v}{r} v_\theta + wu_z + \frac{uv}{r} &= \\ &= -\frac{1}{r} p_\theta + \frac{1}{|R|} \left(\nabla^2 v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} u_\theta \right), \\ w_t + uw_r + \frac{v}{r} w_\theta + ww_z &= \\ &= -p_z + \frac{1}{|R|} \nabla^2 w, \\ \frac{1}{r} (ru)_r + \frac{1}{r} v_\theta + w_z &= 0. \end{aligned}$$

Здесь (r, θ, z) – цилиндрические координаты; $\nabla^2 = \partial_r^2 + \frac{1}{r} \partial_r + \frac{1}{r^2} \partial_\theta^2 + \partial_z^2$; u , v и w – радиальная, азимутальная и осевая компоненты вектора скорости жидкости; p – давление; $R = Q/\nu$ (где ν обозначает кинематическую вязкость жидкости) – радиальное число Рейнольдса. В зависимости от направления потока величине Q приписывается знак «+», если поток расходящийся (направлен от внутреннего цилиндра к внешнему), «-» – если сходящийся (направлен от внешнего цилиндра к внутреннему); $Q = 0$, если радиального потока нет. Соответственно, $R > 0$ ($R < 0$) в случае расходящегося (сходящегося) потока; $R = 0$, если радиального потока нет.

Безразмерные граничные условия

$$u|_{r=1} = \beta, \quad u|_{r=a} = \frac{\beta}{a}, \quad v|_{r=1} = \gamma_1,$$

$$v|_{r=a} = \frac{\gamma_2}{a}, \quad w|_{r=1} = w|_{r=a} = 0,$$

где

$$a = \frac{r_2}{r_1}, \quad \gamma_1 = \frac{\Omega_1 r_1^2}{|Q|}, \quad \gamma_2 = \frac{\Omega_2 r_2^2}{|Q|},$$

$$\beta = \text{sgn}(R) = \begin{cases} R/|R|, & R \neq 0 \\ 0, & R = 0; \end{cases}$$

Ω_1 и Ω_2 – угловые скорости внутреннего и внешнего цилиндров соответственно; $\beta = \pm 1$ (плюс – в случае расходящегося потока, минус – сходящегося). Мы введём ещё два числа Рейнольдса, основанных на угловых скоростях цилиндров,

$$\text{Re}_1 = \frac{\Omega_1 r_1 (r_2 - r_1)}{\nu}, \quad \text{Re}_2 = \frac{\Omega_2 r_2 (r_2 - r_1)}{\nu},$$

при этом

$$\gamma_1 = \frac{1}{a-1} \frac{R_1}{|R|}, \quad \gamma_2 = \frac{a}{a-1} \frac{R_2}{|R|}. \quad (1)$$

Данные граничные условия определяют ровно одно вращательно-инвариантное плоское стационарное решение, которое представляет собой непосредственное обобщение классического течения Куэтта – Тейлора на случай пронизаемых цилиндров. В дальнейшем это течение будем

называть сквозным течением Куэтта – Тейлора (СКТ).

Исследование устойчивости СКТ-течения по линейному приближению сводится к изучению собственных мод

$$\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p} =$$

$$= \{\hat{u}(r), \hat{v}(r), \hat{w}(r), \hat{p}(r)\} e^{\sigma t + i n \theta + i k z},$$

где n – целое, $k \in \mathbb{R}$. Задача на собственные значения σ зависит от параметров R (R имеет знак Q), Re_i , $i = 1, 2$, волновых чисел n , k и $a = r_2/r_1$. Для решения спектральной задачи применялась версия [24] спектрального метода Петрова – Галеркина. На этой основе построены нейтральные кривые $\text{Re}_1(k)$ (при фиксированных R, n, a и Re_2) и $\text{Re}_2(k)$ (при фиксированных R, n, a и Re_1). Параметрам, принадлежащим нейтральной кривой, соответствует собственная мода с $\text{Re} \sigma = 0$. Ниже нейтральной кривой собственные моды с соответствующими ей волновыми числами затухают. Критические значения Re_1 (или Re_2) получены путем минимизации значений, лежащих на нейтральных кривых, по n и k . Значения n, k , доставляющие указанные минимумы, также называем критическими. По найденным критическим значениям построены критические кривые на различных плоскостях параметров $R, \text{Re}_1, \text{Re}_2, n, k$.

Нейтральные кривые

Анализ нейтральных кривых (рис. 1) показывает, что расходящийся радиальный поток вытесняет классические осесимметричные моды Куэтта –

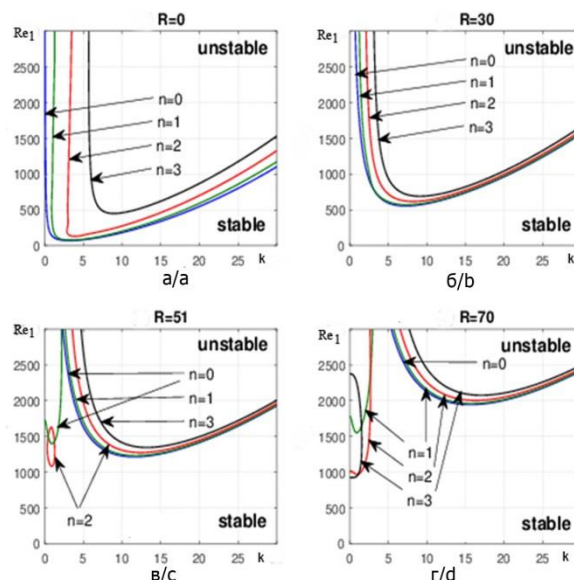


Рис. 1. Нейтральные кривые при $n=0, 1, 2, 3, a=2, \text{Re}_2=0$: а – $R=0$; б – $R=30$; в – $R=50$; г – $R=70$

/ Fig. 1. Neutral curves for $n = 0, \dots, 3, a = 2, \text{Re}_2 = 0$: а – $R = 0$; б – $R = 30$; в – $R = 50$; д – $R = 70$

Тейлора в область больших Re_1 и больших осевых волновых чисел; при увеличении радиального числа Рейнольдса появляются новые спиральные длинноволновые неустойчивые моды, и они становятся более опасными (в смысле неустойчивости), чем осесимметричная мода Куэтта – Тейлора. Эти спиральные волны – продолжение в область ненулевой вязкости невязких неустойчивых мод [1–3]. Рассмотрение нейтральных кривых расходящегося потока приводит к аналогичным выводам.

Критические кривые при покоящемся выходном цилиндре

Пусть $Re_2 = 0$ в случае расходящегося потока (т.е. при $R > 0$) и $Re_1 = 0$ – в случае сходящегося (т.е. при $R < 0$), так что выходной цилиндр покоится. Рассмотрим критические кривые расходящегося потока на плоскости (R, Re_1) и соответствующие критические значения осевого и азимутального волнового чисел (рис. 2 и 3). С ростом R происходит переход от осесимметричной критической моды к неосесимметричной. При достаточно больших R азимутальное волновое число наиболее неустойчивого режима выше при меньших a ($n_{cr} = 2$ и при $a > 8$); значение R , при котором происходит переход от осесимметричной критической моды к неосесимметричной, становится меньше при больших значениях a ; при больших R наклон каждой из критических кривых стремится к пределу, определяемому первой из формул (1), где γ_1 принимает критическое значение, полученное из невязкой теории [3], так что неосесимметричные критические моды – продолжение невязких мод [1–3]; эти невязкие моды проникают в область умеренных R : $R \lesssim 50$ при $a = 2$, $R \lesssim 12,8$ при $a = 4$, $R \lesssim 7$ при $a = 8$.

В случае сходящегося потока и покоящегося внутреннего цилиндра результаты аналогичны изложенным, но предельный наклон критической кривой на плоскости (R, Re_2) при $R \rightarrow -\infty$ определяется второй из формул (1), где γ_2 принимает критическое значение, полученное из невязкой теории [3]. При этом невязкие моды проникают в область умеренных R не столь глубоко и наблюдаются при $R \lesssim -105,485$ для $a = 2$, $R \lesssim -80,98$ для $a = 4$; $R \lesssim -76,203$ для $a = 8$. Тем не менее неустойчивость проникает в такие области в пространстве параметров, в которых в случае непроницаемых цилиндров была бы устойчивость [4, 25].

Отметим также, что во всем рассмотренном диапазоне значений a наблюдалось нулевое критическое осевое волновое число сходящегося потока, так что $k_{cr} = 0$, т.е. критические моды

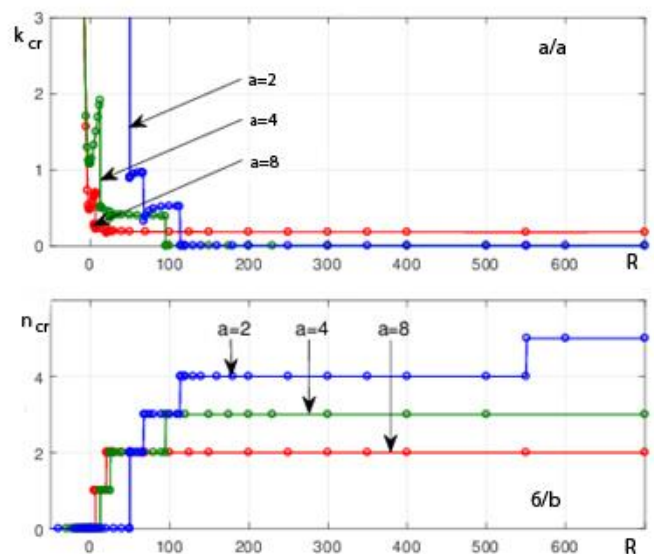


Рис. 2. Критические значения n_{cr} и k_{cr} . Кругами отмечены вычисленные точки
/ Fig. 2. Critical values of n_{cr} and k_{cr} . The circles indicate the actually calculated points

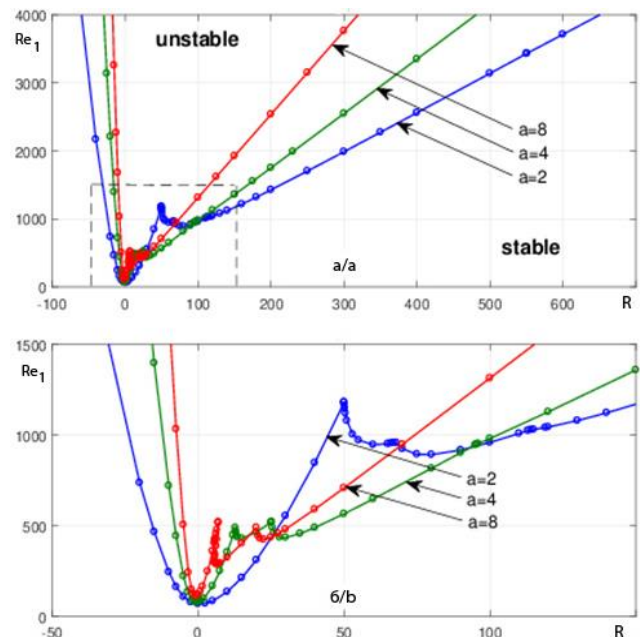


Рис. 3. Критические кривые расходящегося потока при покоящемся внешнем цилиндре ($Re_2=0$) и при $a=2$; 4; 8. Кривые построены интерполяцией по отмеченным кругами точкам. На панели б показана увеличенная область, обведённая пунктиром на панели а / Fig. 3. Critical curves of the diverging flow when the external cylinder rests ($Re_2 = 0$) for $a = 2, 4$ and 8 . The curves are interpolated using the points marked by circles. Panel b shows the enlarged area that has been surrounded by the dotted line on panel a

всегда плоские (в отличие от расходящегося потока), а критические азимутальные волновые числа таковы: $n_{cr} = 1$ при $a = 8$; $n_{cr} = 1$ или $n_{cr} = 2$

при $a = 4$; $n_{cr} = 1$, или $n_{cr} = 2$, или $n_{cr} = 3$, при $a = 2$ с (n_{cr} возрастают вместе с R).

Критические кривые в общем случае. Расходящийся поток

Если оба цилиндра вращаются, то в случае непроницаемых цилиндров область неустойчивости на плоскости (Re_2, Re_1) располагается левее линии Рэлея $Re_1 = a Re_2$, которая представляет собой асимптоту критической кривой при $Re_2 \rightarrow +\infty$ [4]. На рис. 4 показано, как радиальный поток изменяет критическую кривую и её положение относительно линий Рэлея при $a = 2$. Сходящийся поток значительно стабилизирует в области разновращающихся цилиндров и не оказывает заметного воздействия в противном случае, что согласуется с известными результатами [10, 13]; расходящийся поток сильно дестабилизирует в области однонаправленно вращающихся цилиндров, что связано с невязкими спиральными модами [3]; с ростом R влияние выходного цилиндра быстро падает, так что критическая кривая становится более пологой, что также согласуется с невязкой теорией [2, 3]. При $a = 4$; 8 результаты качественно аналогичны изложенным. Однако невязкие моды наблюдаются при заметно меньших R ; области неустойчивости проникают через линию Рэлея в виде узких язычков, которые затем быстро расширяются.

Сходящийся поток может как стабилизировать, так и дестабилизировать. На рис. 5 показаны области неустойчивости на плоскости (Re_2, Re_1) при $a = 2$, $R < 0$ и относительно больших $|R|$. Они несвязны и состоят из внутренностей нескольких овалов, сильно вытянутых вдоль оси Re_1 . С ростом $|R|$ овалы вытягиваются по вертикали и становятся столь велики, что не помещаются в рамку рисунка, а их границы выглядят как прямые, параллельные оси Re_1 , постепенно сдвигающиеся в её сторону. Область устойчивости при этом прилегает к оси

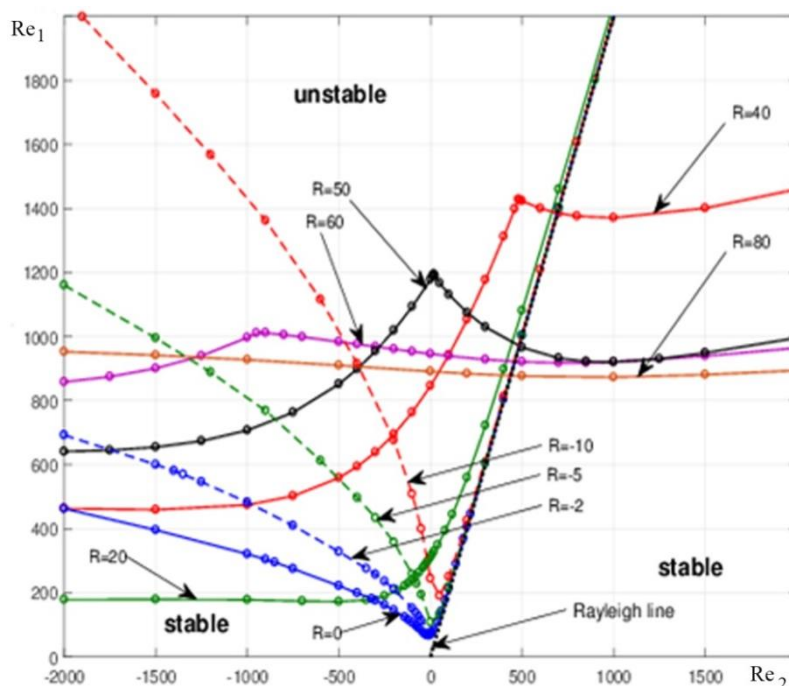


Рис. 4. Критические кривые на плоскости (Re_2, Re_1) при $a = 2$ и различных R . Кривые построены интерполяцией по отмеченным кружкам / Fig. 4. Critical curves on the plane (Re_2, Re_1) , $a = 2$ for various R . The curves are interpolated using the points marked by circles

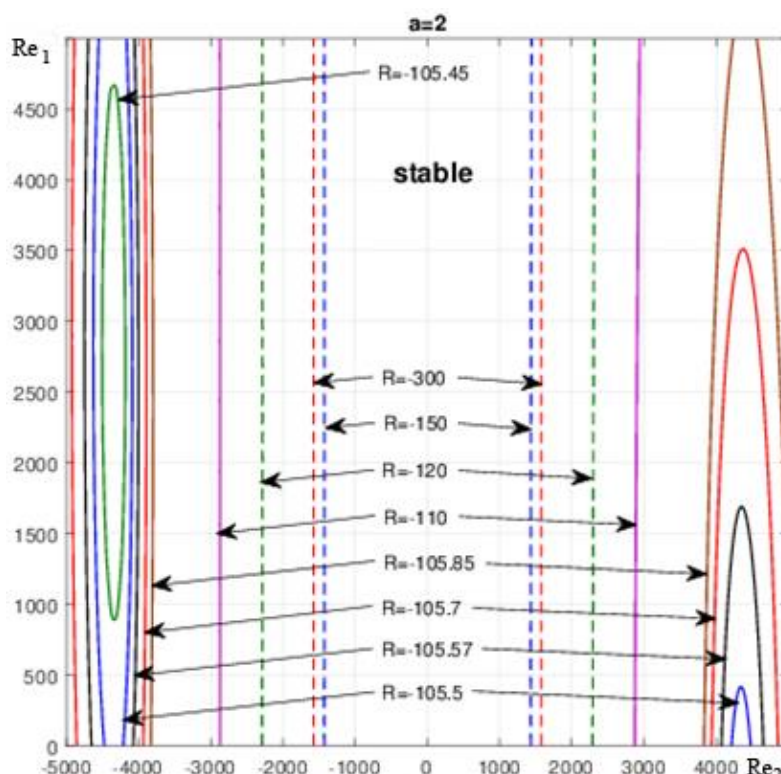


Рис. 5. Области неустойчивости на плоскости (Re_2, Re_1) при $a = 2$ и различных отрицательных R / Fig. 5. Areas of instability on (Re_2, Re_1) -plane for $a = 2$ and several negative R

Re_1 . При $a = 4; 8$ и $R < 0$ наблюдалась картина, качественно аналогичная описанной. Однако области неустойчивости возникали при меньших R ($R \approx -80,97$ при $a = 4$ и $R \approx -70,203$ при $a = 8$). Кроме того, с ростом $|R|$ овалы быстрее растягиваются по вертикали, а область устойчивости быстрее стягивается к оси Re_1 . Таким образом, сильный сходящийся поток дестабилизирует, тогда как относительно слабый – стабилизирует.

Литература

1. Ilin K., Morgulis A. Instability of an inviscid flow between porous cylinders with radial flow // *J. Fluid Mech.* 2013. Vol. 730. P. 364–378.
2. Ilin K., Morgulis A. Instability of a two-dimensional viscous flow in an annulus with permeable walls to two-dimensional perturbations // *Phys. Fluids.* 2015. Vol. 27. P. 044107.
3. Ilin K., Morgulis A. Inviscid instability of an incompressible flow between rotating porous cylinders to three-dimensional perturbations // *Eur. J. Mech. B/Fluids.* 2017. Vol. 62 (1). P. 46–60.
4. Andereck C.D., Liu S.S., Swinney H.L. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders // *J. Fluid Mech.* 1986. Vol. 164. P. 155–183.
5. Bahl S.K. Stability of viscous flow between two concentric rotating porous cylinders // *Def. Sci. J.* 1970. Vol. 20 (3). P. 89–96.
6. Chang S., Sartory W.K. Hydromagnetic stability of dissipative flow between rotating permeable cylinders // *J. Fluid Mech.* 1967. Vol. 27. P. 65–79.
7. Gallet B., Doering C.R., Spiegel E.A. Destabilizing Taylor-Couette flow with suction // *Phys. Fluids.* 2010. Vol. 22 (3). P. 034105.
8. Kerswell R.R. Instability driven by boundary inflow across shear: a way to circumvent Rayleigh's stability criterion in accretion disks? // *J. Fluid Mech.* 2015. Vol. 784. P. 619–663.
9. Kolesov V., Shapakidze L. On oscillatory modes in viscous incompressible liquid flows between two counter-rotating permeable cylinders // *Trends in Applications of Mathematics to Mechanics* / eds. G. Iooss, O. Gues, A. Nouri. Chapman and Hall/CRC, 1999. P. 221–227.
10. Kolyshkin A.A., Vaillancourt R. Convective instability boundary of Couette flow between rotating porous cylinders with axial and radial flows // *Phys. Fluids.* 1997. Vol. 9. P. 910–918.
11. Martinand D., Serre E., Lueptow R.M. Absolute and convective instability of cylindrical Couette flow with axial and radial flows // *Phys. Fluids.* 2009. Vol. 21 (10). P. 104102.
12. Martinand D., Serre E., Lueptow R.M. Linear and weakly nonlinear stability analyses of cylindrical Couette

flow with axial and radial flows // *J. Fluid Mech.* 2017. Vol. 824. P. 438–476.

13. Min K., Lueptow R.M. Hydrodynamic stability of viscous flow between rotating porous cylinders with radial flow // *Phys. Fluids.* 1994. Vol. 6, № 1. P. 144–151.
14. Serre E., Sprague M.A., Lueptow R.M. Stability of Taylor-Couette flow in a finite-length cavity with radial throughflow // *Phys. Fluids.* 2008. Vol. 20 (3). P. 034106.
15. Beadoin G., Jaffrin M.Y. Plasma filtration in Couette flow membrane devices // *Artif. Organs.* 1989. Vol. 13 (1). P. 43–51.
16. Wron'ski S., Molga E., Rudniak L. Dynamic filtration in biotechnology // *Bioprocess Engineering.* 1989. Vol. 4 (3). P. 99–104.
17. Frank J., King A., Raine D. Accretion Power in Astrophysics. 3rd Edition. Cambridge University Press, 2002. 387 p.
18. Kersale E., Hughes D.W., Ogilvie G.I., Tobias S.M., Weiss N.O. Global magnetorotational instability with inflow. I. Linear theory and the role of boundary conditions // *Astrophys. J.* 2004. Vol. 602 (2). P. 892–903.
19. Fujita H., Morimoto H., Okamoto H. Stability analysis of Navier-Stokes flows in annuli // *Mathematical Methods in the Applied Sciences.* 1997 Vol. 20 (11). P. 959–978.
20. Gellert M., Rüdiger G. Stratorotational instability in Taylor-Couette flow heated from above // *J. Fluid Mech.* 2000. Vol. 12 (8). P. 1955–1968.
21. Leclercq C., Nguyen F., Kerswell R.R. Connections between centrifugal, stratorotational and radiative instabilities in viscous Taylor-Couette flow // *Phys. Rev. E.* 2016. Vol. 94. P. 043103.
22. Ilin K., Morgulis A. On the stability of the Couette-Taylor flow between rotating porous cylinders with radial flow // arXiv preprint arXiv:1811.10043. 2018.
23. Beavers G.S., Joseph D.D. Boundary conditions at a naturally permeable wall // *J. Fluid Mech.* 1967. Vol. 30 (1). P. 197–207.
24. Mesequer A., Trefethen L.N. Linearized pipe flow to Reynolds number 10^7 // *J. of Computational Physics.* 2003. Vol. 186 (1). P. 178–197.
25. Chossat P., Iooss G. The Couette-Taylor Problem // *Applied Mathematical Sciences.* Springer, N.Y.: 1994. Vol. 102. 233 p.

References

1. Ilin K., Morgulis A. Instability of an inviscid flow between porous cylinders with radial flow. *J. Fluid Mech.* 2013, vol. 730, pp. 364–378.
2. Ilin K., Morgulis A. Instability of a two-dimensional viscous flow in an annulus with permeable walls to two-dimensional perturbations. *Phys. Fluids.* 2015, vol. 27, p. 044107.
3. Ilin K., Morgulis A. Inviscid instability of an incompressible flow between rotating porous cylinders to

three-dimensional perturbations. *Eur. J. Mech. B/Fluids*. 2017, vol. 62 (1), pp. 46-60.

4. Andereck C.D., Liu S.S., Swinney H.L. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *J. Fluid Mech.* 1986, vol. 164, pp. 155-183.

5. Bahl S.K. Stability of viscous flow between two concentric rotating porous cylinders. *Def. Sci. J.* 1970, vol. 20 (3), pp. 89-96.

6. Chang S., Sartory W.K. Hydromagnetic stability of dissipative flow between rotating permeable cylinders. *J. Fluid Mech.* 1967, vol. 27, pp. 65-79.

7. Gallet B., Doering C.R., Spiegel E.A. Destabilizing Taylor-Couette flow with suction. *Phys. Fluids*. 2010, vol. 22 (3), p. 034105.

8. Kerswell R.R. Instability driven by boundary inflow across shear: a way to circumvent Rayleigh's stability criterion in accretion disks? *J. Fluid Mech.* 2015, vol. 784, pp. 619-663.

9. Kolesov V., Shapakidze L. On oscillatory modes in viscous incompressible liquid flows between two counter-rotating permeable cylinders. *Trends in Applications of Mathematics to Mechanics*. G. Iooss, O. Gues, A. Nouri (eds.). Chapman and Hall/CRC, 1999, pp. 221-227.

10. Kolyshkin A.A., Vaillancourt R. Convective instability boundary of Couette flow between rotating porous cylinders with axial and radial flows. *Phys. Fluids*. 1997, vol. 9, pp. 910-918.

11. Martinand D., Serre E., Lueptow R.M. Absolute and convective instability of cylindrical Couette flow with axial and radial flows. *Phys. Fluids*. 2009, vol. 21 (10), p. 104102.

12. Martinand D., Serre E., Lueptow R.M. Linear and weakly nonlinear stability analyses of cylindrical Couette flow with axial and radial flows. *J. Fluid Mech.* 2017, vol. 824, pp. 438-476.

13. Min K., Lueptow R.M. Hydrodynamic stability of viscous flow between rotating porous cylinders with radial flow. *Phys. Fluids*. 1994, vol. 6, No. 1, pp. 144-151.

14. Serre E., Sprague M.A., Lueptow R.M. Stability of Taylor-Couette flow in a finite-length cavity with radial throughflow. *Phys. Fluids*. 2008, vol. 20 (3), p. 034106.

15. Beadoin G., Jaffrin M.Y. Plasma filtration in Couette flow membrane devices. *Artif. Organs*. 1989, vol. 13 (1), pp. 43-51.

16. Wron'ski S., Molga E., Rudniak L. Dynamic filtration in biotechnology. *Bioprocess Engineering*. 1989, vol. 4 (3), pp. 99-104.

17. Frank J., King A., Raine D. *Accretion Power in Astrophysics*. 3rd Edition. Cambridge University Press, 2002, 387 p.

18. Kersale E., Hughes D.W., Ogilvie G.I., Tobias S.M., Weiss N.O. Global magnetorotational instability with inflow. I. Linear theory and the role of boundary conditions. *Astrophys. J.* 2004, vol. 602 (2), pp. 892-903.

19. Fujita H., Morimoto H., Okamoto H. Stability analysis of Navier-Stokes flows in annuli. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*. 1997, vol. 20 (11), pp. 959-978.

20. Gellert M., Rüdiger G. Stratorotational instability in Taylor-Couette flow heated from above. *J. Fluid Mech.* 2000, vol. 12 (8), pp. 1955-1968.

21. Leclercq C., Nguyen F., Kerswell R.R. Connections between centrifugal, stratorotational and radiative instabilities in viscous Taylor-Couette flow. *Phys. Rev. E*. 2016, vol. 94, p. 043103.

22. Ilin K., Morgulis A. On the stability of the Couette-Taylor flow between rotating porous cylinders with radial flow. *arXiv preprint arXiv:1811.10043*. 2018.

23. Beavers G.S., Joseph D.D. Boundary conditions at a naturally permeable wall. *J. Fluid Mech.* 1967, vol. 30 (1), pp. 197-207.

24. Meseguer A., Trefethen L.N. Linearized pipe flow to Reynolds number 10^7 . *J. of Computational Physics*. 2003, vol. 186 (1), pp. 178-197.

25. Chossat P., Iooss G. The Couette-Taylor Problem. *Applied Mathematical Sciences*. Springer, N.Y.: 1994, vol. 102, 233 p.

УДК 532.517

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-17-23

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ВИХРЕВОГО ТРЕУГОЛЬНИКА, КВАДРАТА И ПЕНТАГОНА В ДВУХЖИДКОСТНОЙ ПЛАЗМЕ*

© 2019 г. И.А. Лысенко¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

ON STABILITY OF A VORTEX TRIANGLE, SQUARE AND PENTAGON IN THE TWO-FLUID PLASMA

I.A. Lysenko¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Лысенко Ирина Александровна – младший научный сотрудник, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: irlys@sfnu.ru

Irina A. Lysenko - Junior Researcher, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: irlys@sfnu.ru

Рассматривается движение системы N точечных вихрей ($N=3, 4, 5$) одинаковой интенсивности в альфвеновской модели двухжидкостной плазмы. Уравнения движения являются гамильтоновыми. Исследуется устойчивость стационарного вращения системы из трёх, четырёх и пяти завихренностей, расположенных равномерно на окружности с радиусом R . Получены аналитические результаты, представленные в виде графиков на интервале $0 < R \leq 10$.

Устойчивость понимается как орбитальная устойчивость, а неустойчивость – как неустойчивость равновесия редуцированной системы. Проведён аналитический анализ собственных значений матрицы линеаризации и квадратичной формы гамильтониана. Используются общие теоремы об устойчивости системы частиц с потенциалом течения, зависящим только от расстояния между ними. В итоге пространство параметров задачи разделяется на область устойчивости в точной нелинейной постановке, область линейной устойчивости, в которой требуется дополнительный нелинейный анализ с привлечением методов КАМ-теории, и область неустойчивости в нелинейной постановке.

Ключевые слова: точечный вихрь, двухжидкостная плазма, устойчивость, стационарное вращение, гамильтонова система.

The stationary rotation of a system of N point vortices ($N=3, 4, 5$) with identical intensities for the Alfvén model of two-fluid plasma is considered. The equations of motion are Hamiltonian. The stability of stationary rotation for a system of 3, 4, and 5 vorticities lying uniformly on a circle of radius R is researched. The analytical results presented in the form of graphs on the interval $0 < R \leq 10$ have been received.

The stability is interpreted as orbital stability, and the instability - is the instability of the system reduced equilibrium. The analytical analysis of eigenvalues of the linearization matrix and the quadratic form of the Hamiltonian carried out. General theorems on the stability of a system of particles with a stream potential that depends only on the distance between particles are used. As a result the parameter space of the problem is divided on three parts: the domain of stability in an exact nonlinear setting; the linear stability domain, where the stability problem requires additional nonlinear analysis with involvement of KAM-theory methods; and the instability in nonlinear setting domain.

Keywords: point vortex, two- fluid plasma, stability, stationary rotation, Hamiltonian system.

* Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания Министерства образования и науки РФ (№ 1.5169.2017/8.9).

Введение

Задача об устойчивости стационарного вращения системы N одинаковых точечных вихрей, расположенных равномерно на окружности (томсоновский вихревой N -угольник), была поставлена Кельвином (W. Thomson) [1]. Полное её исследование в линейной постановке на плоскости для уравнений Кирхгофа провели J.J. Thomson [2] и Т.Н. Havelock [3].

Обзор теоретических и экспериментальных работ, посвящённых этой проблеме для модели Кирхгофа в линейной и нелинейной постановке, представлен в статье [4]. Вращение вихревого N -угольника на плоскости устойчиво для $N \leq 7$, тогда как для $N \geq 8$ движение неустойчиво. В случае $N \leq 6$ достаточно линейного анализа, чтобы сделать заключение об устойчивости в точной нелинейной постановке, а для $N = 7$ необходимо привлекать нелинейные слагаемые [5].

Устойчивость томсоновского N -угольника для геострофических (бесселевых) вихрей изучалась в работах [6–9]. В [9] задача об устойчивости вихревого многоугольника сводится к исследованию устойчивости семейства равновесий гамильтоновой системы с циклической переменной. Используется теория Рауса для такого рода систем [10].

Задача об устойчивости правильного вихревого N -угольника в двухслойной вращающейся жидкости была рассмотрена в [11] для треугольника и квадрата, в [12] – для произвольного числа вихрей $N \geq 2$. Задачи Кирхгофа и бесселевых вихрей – предельные случаи этой задачи для двухслойной жидкости. Поэтому анализ в работе [12] опирается на результаты, полученные в [4, 9]. В частности, оказалось, что экспоненциальная неустойчивость (устойчивость) в линейной постановке для двухслойной жидкости следует из экспоненциальной неустойчивости (устойчивости) в линейной постановке одновременно в моделях Кирхгофа и вихрей Бесселя.

Данная работа посвящена исследованию задачи устойчивости томсоновского вихревого N -угольника в модели двухжидкостной плазмы, рассмотренной в статье [13]. Она является частным случаем альфвеновской модели в двухжидкостной плазме [14], предложенной шведским учёным Альфвеном в рамках теории магнитной гидродинамики. Эта модель базируется на достижениях Кельвина в области исследования вихрей и следует электромагнитной теории Максвелла. Несколько позже G.K. Batchelor провёл аналогию между завихренностью и магнитным полем [15]. Уравнения двухжидкостной гидродинамики описывают электроны и ионы как две проводящие жидкости, связанные друг с другом силой трения и электромагнитными полями [16].

Комплексные потенциалы течений, индуцированных вихревой нитью интенсивностью κ , расположенной в точке z_0 , в задачах для двухжидкостной плазмы [13] и двухслойной жидкости [17] имеют вид

$$w(z) = i\kappa[\ln(z - z_0) \pm \beta K_0(|z - z_0|)], \quad \beta > 0,$$

где им отвечают знаки «+» и «-» соответственно. Здесь K_0 – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

В предельном случае ($\beta = 0$) обе модели превращаются в модель Кирхгофа. При $\beta \rightarrow +\infty$ ($\beta \rightarrow -\infty$) модель двухжидкостной плазмы (двухслойной жидкости) не переходит в модель бесселевых вихрей. Тем не менее в [12] для модели двухслойной жидкости и в данной работе для двухжидкостной плазмы показано, что результаты в задачах об устойчивости томсоновского вихревого N -угольника для этих моделей при $\beta \rightarrow \pm\infty$ и для модели бесселевых вихрей совпадают.

Параметры рассматриваемых задач: N – дискретный; R и β ($0 < R < \infty$, $\beta \geq 0$) – непрерывные; R – радиус окружности, на которой расположены вихри. В задаче для двухслойной жидкости $\beta = h_1/h_2$ – отношение толщин её слоёв h_1 и h_2 . В случае двухжидкостной плазмы β не имеет специального названия, её выражение через физические параметры модели см., например, в [13, 18].

В статье [13] численно исследовались собственные значения соответствующей матрицы линеаризации для задачи об устойчивости томсоновского вихревого N -угольника в двухжидкостной плазме. Результаты представлены в виде графиков [13, FIG.9] для отдельных значений параметров ($N = 4, \dots, 10$ на интервале $0 < R \leq 8$ при $\beta = 4$) с указанием, что они являются типичными для всех значений параметра β . Найдены значения R , при которых справедлива экспоненциальная неустойчивость. Для оставшихся R имеет место устойчивость в линейной постановке. Таким образом, при таких значениях R вопрос об устойчивости в точной нелинейной постановке остался открытым.

Частичный ответ на него получен в данной работе, где аналитически решается задача для той же модели двухжидкостной плазмы при всех возможных значениях $\beta \geq 0$ и $0 < R \leq 10$ для случаев $N = 3, 4, 5$. Исследование опирается на результаты статьи [12], полученные для системы общего вида с гамильтонианом, зависящим только от расстояния между частицами:

$$\mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = -\frac{\Gamma}{4\pi} \sum_{1 \leq j < k \leq N} W \left(\sqrt{(q_j - q_k)^2 + (p_j - p_k)^2} \right). \quad (1)$$

Здесь W – произвольная гладкая функция, определённая на $\mathbb{R}$; $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_N)$, $\mathbf{p} =$

$= (p_1, \dots, p_N)$ – декартовы координаты частиц; $\Gamma \in \mathbb{R}$ – некоторый параметр.

В итоге всё пространство параметров (N, R, β) разделяется на три области: 1-я – область устойчивости в точной нелинейной постановке; 2-я – неустойчивости; 3-я – область, в которой имеет место критический случай в задаче об устойчивости, т.е. для линеаризованных уравнений выполняются условия устойчивости, а для полных уравнений требуется нелинейный анализ. Полученные аналитические результаты для $N = 3, 4, 5$ согласуются с численными результатами работы [13] и обобщают их.

Постановка задачи

Рассматривается система N одинаковых точечных вихрей интенсивности Γ в альфвеновской двухжидкостной плазме. Их движение описывается гамильтонианом $\mathcal{H}(\mathbf{q}, \mathbf{p})$, заданным формулой (1), где функция W имеет вид

$$W(\xi) = \ln(\xi) + \beta K_0(\xi), \quad \beta \geq 0. \quad (2)$$

В комплексных переменных $z_k = q_k + ip_k$, $\bar{z}_k = q_k - ip_k$ переходим к системе с гамильтонианом $H(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}) = \mathcal{H}(\mathbf{q}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}), \mathbf{p}(\mathbf{z}, \bar{\mathbf{z}}))$, где $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_N)$, $\bar{\mathbf{z}} = (\bar{z}_1, \dots, \bar{z}_N)$;

$$\dot{z}_k = 2iH_{z_k}; \quad \dot{\bar{z}}_k = -2iH_{\bar{z}_k}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (3)$$

Аналитические исследования будут проводиться с использованием параметра β , а результаты в виде графиков для наглядности будут представляться в полуполосе $(R, \alpha) \in \mathbb{R}^2: 0 < R \leq 10, -1 < \alpha \leq 1$, где

$$\alpha = \frac{1-\beta}{1+\beta}, \quad -1 < \alpha \leq 1.$$

Справедливо соотношение

$$\beta = \frac{1-\alpha}{1+\alpha}, \quad \beta \geq 0.$$

Система (3) имеет точное решение:

$$z_k = e^{i\omega_N t} u_k, \quad u_k = R e^{\frac{2\pi i(k-1)}{N}}, \quad R > 0, \quad k = 1, \dots, N, \quad (4)$$

соответствующее стационарному вращению системы N точечных вихрей, расположенных в вершинах правильного N -угольника.

Угловая скорость ω_N задаётся выражением

$$\omega_N(R, \beta) = \frac{\Gamma}{8\pi R} \sum_{m=1}^{N-1} W'(RB_m) B_m, \quad (5)$$

где

$$W'(RB_m) = \frac{1}{RB_m} - \beta K_1(RB_m),$$

$$B_m = \sqrt{2 - 2C_m}, \quad C_m = \cos \frac{2m\pi}{N}.$$

Она монотонно возрастает по переменной β и монотонно убывает по R .

Направление вращения вихрей для каждого N меняется при переходе параметра β через кривую

$$\beta_N(R) = \frac{N-1}{R \sum_{m=1}^{N-1} K_1(RB_m) B_m},$$

на которой угловая скорость $\omega_N(R, \beta) = 0$. В переменных (R, α) им отвечают кривые $\alpha_N(R)$ (рис. 1). Функции $\alpha_N(R)$ монотонно убывают по переменной R и возрастают по N .

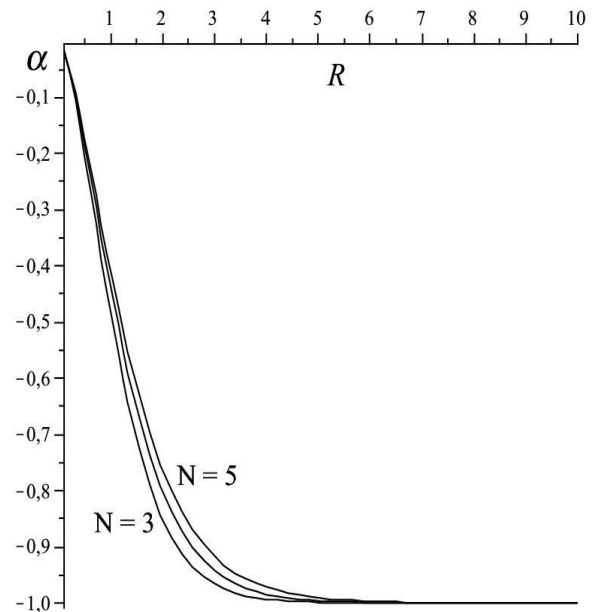


Рис. 1. Графики $\alpha_N(R) = \frac{1-\beta_N(R)}{1+\beta_N(R)}$, соответствующие $\omega_N = 0$ для $N = 3, 4, 5$ / Fig. 1. The graphs of the functions $\alpha_N(R) = \frac{1-\beta_N(R)}{1+\beta_N(R)}$ corresponding to the solution of the equation $\omega_N = 0$ for $N = 3, 4, 5$

Поставим задачу об устойчивости вращения (4), (5) правильного вихревого N -угольника для модели с гамильтонианом (1), (2).

Исследование состоит в применении результатов статьи [12], полученных для гамильтониана вида (1) с произвольной функцией W , где устойчивость стационарного вращения понимается как орбитальная устойчивость [4]. Под неустойчивостью будем понимать неустойчивость двумерного семейства орбит (4), (5).

Переформулируем для гамильтониана (1), (2) рассматриваемой модели двухжидкостной плазмы теоремы об устойчивости и неустойчивости стационарного вращения [12, теоремы 3.1 и 3.2].

Введём величины λ_{jk} ($j = 0, 1, 2; k = 1, \dots, N$):

$$\lambda_{1k} = -\frac{\beta}{8R^2} \sum_{m=1}^{N-1} \left[\left(1 + \cos \frac{2\pi mk}{N} \right) B_m^2 K_{0m} + \right. \\ \left. + 4 \left(1 - 2C_m + \cos \frac{2\pi mk}{N} \right) \frac{K_{1m}}{RB_m} \right] + \\ + \frac{2(N-1)-k(N-k)}{4R^4},$$

$$\begin{aligned}\lambda_{2k} &= -\frac{\beta}{2} R^2 \sum_{m=1}^{N-1} \left(1 - \cos \frac{2\pi mk}{N}\right) \times \\ &\times \left(\frac{K_{1m}}{RB_m} + \frac{1}{2} (1 + C_m) K_{0m}\right) + \frac{k(N-k)}{4}, \\ \lambda_{0k} &= -\frac{\beta}{4} \sum_{m=1}^{N-1} S_m K_{0m} \sin \frac{2\pi mk}{N}, \quad S_m = \sin \frac{2m\pi}{N}, \\ K_{im} &= K_i(RB_m), i = 0, 1, \\ \text{и полиномы } P(N, k, \Lambda): \\ P(N, k, \Lambda) &= \Lambda^2 + p_1(N, k)\Lambda + p_0(N, k), \\ k &= 1, \dots, N, \\ \text{с коэффициентами} \\ p_1(N, k) &= -(\lambda_{1k} + \lambda_{2k}), \\ p_0(N, k) &= \lambda_{1k}\lambda_{2k} - \lambda_{0k}^2.\end{aligned}\quad (6)$$

Собственные значения соответствующей линеаризованной матрицы задачи вычисляются по формуле

$$\sigma_k^\pm = -2i\lambda_{0k} \pm 2\sqrt{-\lambda_{1k}\lambda_{2k}}, \quad k = 1, \dots, N. \quad (8)$$

Для стационарного вращения (4), (5) модели с гамильтонианом (1), (2) справедлива

Теорема 1. Пространство параметров (N, R, β) разделяется на три непересекающиеся области, отвечающие случаям 1, 2, 3.

Случай 1. Стационарное вращение (4), (5) орбитально устойчиво в точной нелинейной постановке задачи, если коэффициенты $p_0(N, k)$ полиномов $P(N, k, \Lambda)$, заданных равенствами (6), (7), положительны для любого $k = 1, \dots, \left[\frac{N}{2}\right]$.

$$\begin{aligned}p_0(N, k) &= \lambda_{1k}(N, R, \beta)\lambda_{2k}(N, R, \beta) - \\ &- \lambda_{0k}^2(N, R, \beta) > 0, \quad k = 1, \dots, \left[\frac{N}{2}\right].\end{aligned}\quad (9)$$

При этом у всех полиномов $P(N, k, \Lambda)$ корни одного знака для каждого $k = 1, \dots, \left[\frac{N}{2}\right]$, где $\left[\frac{N}{2}\right]$ – целая часть числа $\frac{N}{2}$.

Случай 2. Оно неустойчиво, если по крайней мере у одного из собственных значений (8) вещественная часть положительна. Это означает, что неравенство

$$\lambda_{1k}(N, R, \beta)\lambda_{2k}(N, R, \beta) < 0 \quad (10)$$

справедливо хотя бы при одном $k = 2, \dots, \left[\frac{N}{2}\right]$.

Случай 3. Если нарушаются условия случаев 1 и 2, то в задаче об устойчивости стационарного вращения (4), (5) требуется нелинейный анализ. В линейном приближении имеет место устойчивость.

Замечание 1. В случае двухслойной жидкости выполняется неравенство $\lambda_{2k} > 0$ при всех значениях параметров. Линейная задача сводится к исследованию знака λ_{1k} . В рассматриваемой модели двухжидкостной плазмы λ_{2k} может менять свой знак, поэтому условия неустойчивости (10) становятся более разветвлёнными.

Дальнейший анализ состоит в применении теоремы 1 для решения задачи об устойчивости стационарного вращения (4), (5).

Устойчивость и неустойчивость томсоновского вихревого N -угольника ($N = 3, 4, 5$) в двухжидкостной плазме

Пусть выполняется неравенство $0 \leq \alpha \leq 1$. Исследование показало, что при таких α для всех значений параметров $N = 3, 4, 5$ и $R > 0$ справедливо условие (9) теоремы 1, т.е. стационарное вращение (4), (5) орбитально устойчиво в точной нелинейной постановке (случай 1).

Теперь рассмотрим область $-1 < \alpha < 0$, $0 < R \leq 10$. Результаты применения теоремы 1 на плоскости параметров (R, α) приведены для правильного вихревого треугольника, квадрата и пентагона (рис. 2, 3).

Области с различным характером устойчивости отделяют кривые $l_{ki}^{(N)}$ и $s_{ki}^{(N)}$ ($k = 1, \dots, \left[\frac{N}{2}\right]$, $i = 1, 2$), на которых обращаются в нуль левые части неравенств (10) и (9) соответственно.

Эти кривые задаются аналитическими формулами. Линии $l_{ki}^{(N)} = l_{ki}^{(N)}(R)$ ($k = 2, \dots, \left[\frac{N}{2}\right]$, $i = 1, 2$) отделяют области неустойчивости (случай 2) и устойчивости в линейной постановке задачи, а линии $s_{ki}^{(N)} = s_{ki}^{(N)}(R)$ ($k = 1, \dots, \left[\frac{N}{2}\right]$, $i = 1, 2$) разделяют область линейной устойчивости на две части – область орбитальной устойчивости (случай 1) и область, в которой требуется нелинейный анализ (случай 3). На всех изображённых кривых выполняются условия, соответствующие случаю 3.

Заметим, что в случае чётного $N = 4$ при $k = \left[\frac{N}{2}\right]$ линии $l_{\left[\frac{N}{2}\right]i}^{(N)}(R)$ и $s_{\left[\frac{N}{2}\right]i}^{(N)}(R)$ ($i = 1, 2$) совпадают, а также для всех рассмотренных N выполняется равенство $s_{11}^{(N)}(R) = \alpha_N(R)$.

Случай $N=3$. Диаграмма устойчивости стационарного вращения (4), (5) приведена на рис. 2а. Линии $s_{11}^{(3)}(R)$ и $s_{12}^{(3)}(R)$ задаются формулами

$$\begin{aligned}s_{11}^{(3)}(R) &= \alpha_3(R) = 1 - \frac{2}{\sqrt{3}RK_1(\sqrt{3}R)+1}, \\ s_{12}^{(3)}(R) &= 1 - \frac{4}{2\sqrt{3}RK_1(\sqrt{3}R)+3R^2K_0(\sqrt{3}R)+2}.\end{aligned}$$

Случай $N=4$. Диаграмма устойчивости приведена на рис. 2б. Изображённые линии задаются формулами

$$\begin{aligned}s_{11}^{(4)}(R) &= \alpha_4(R) = 1 - \frac{3}{\sqrt{2}RK_1(\sqrt{2}R)+RK_1(2R)+\frac{3}{2}}, \\ s_{12}^{(4)}(R) &= 1 - \frac{3}{R(2RK_0(\sqrt{2}R)+\sqrt{2}K_1(\sqrt{2}R)+K_1(2R))+\frac{3}{2}}, \\ s_{21}^{(4)}(R) &= l_{21}^{(4)}(R) = 1 - \frac{2}{2R(RK_0(2R)+K_1(2R))+1}, \\ s_{22}^{(4)}(R) &= l_{22}^{(4)}(R) = 1 - \frac{2}{R(RK_0(\sqrt{2}R)+\sqrt{2}K_1(\sqrt{2}R))+1}.\end{aligned}$$

Кривые $s_{11}^{(4)}(R)$ и $s_{21}^{(4)}(R)$ пересекаются в точке $O_4(3,122; -0,951)$.

Случай $N=5$. Диаграмма устойчивости представлена на рис. 3 для значений $0 < R \leq 10$.

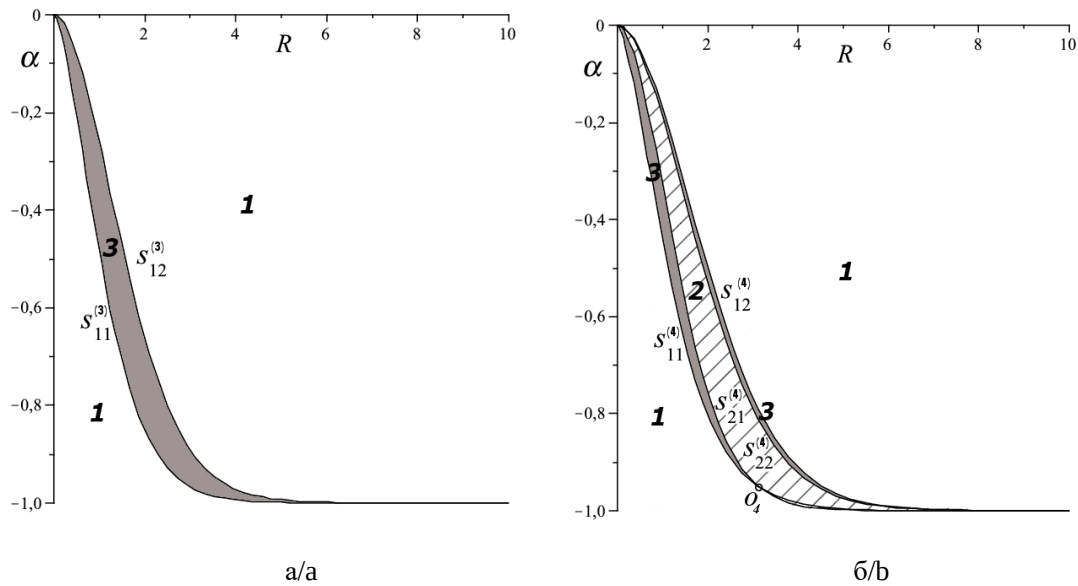


Рис. 2. Диаграммы устойчивости: а – $N = 3$; б – $N = 4$. В светлой области 1 имеет место орбитальная устойчивость; в заштрихованной области 2 – вращение N вихрей неустойчиво; в серой области 3 требуется нелинейный анализ / Fig. 2. Stability diagrams: a - for $N = 3$; b - for $N = 4$. In the light domain 1 the stability in an exact nonlinear problem setting takes place; in the hatched domain 2 - rotation of N vortices is unstable; in the dark domain 3 - problem requires the nonlinear analysis

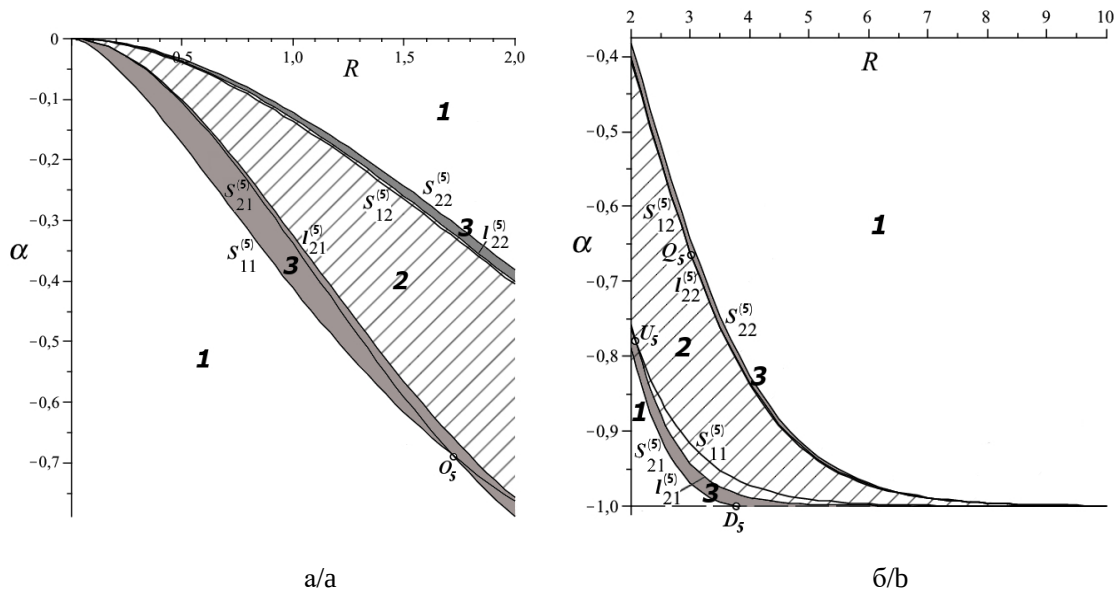


Рис. 3. Диаграмма устойчивости для $N = 5$: а – $0 < R \leq 2$; б – $2 \leq R \leq 10$. Обозначения областей те же, что и на рис. 2 /

Fig. 3. Stability diagram for $N = 5$: a - $0 < R \leq 2$; b - $2 \leq R \leq 10$. The domain designations are the same as in the fig. 2

Здесь линии $l_{21}^{(5)}(R)$ и $l_{22}^{(5)}(R)$ задаются выражениями

$$l_{21}^{(5)}(R) = 1 - \frac{8}{\sqrt{5R} \left(bK_1\left(\frac{a}{2}R\right) + aK_1\left(\frac{b}{2}R\right) \right) + 3R \left(aK_1\left(\frac{b}{2}R\right) - bK_1\left(\frac{a}{2}R\right) \right) + A_1},$$

$$A_1 = R^2 \left[2\sqrt{5} \left(K_0\left(\frac{1}{2}bR\right) - K_0\left(\frac{1}{2}aR\right) \right) + 5 \left(K_0\left(\frac{1}{2}aR\right) + K_0\left(\frac{1}{2}bR\right) \right) \right] + 4,$$

$$l_{22}^{(5)} = 1 - \frac{24}{2\sqrt{5}R^2 \left(K_0\left(\frac{1}{2}aR\right) - K_0\left(\frac{1}{2}bR\right) \right) + 5R^2 \left(K_0\left(\frac{1}{2}aR\right) + K_0\left(\frac{1}{2}bR\right) \right) + A_2},$$

$$A_2 = R \left[bK_1\left(\frac{1}{2}aR\right) - aK_1\left(\frac{1}{2}bR\right) + \sqrt{5} \left(bK_1\left(\frac{1}{2}aR\right) + aK_1\left(\frac{1}{2}bR\right) \right) \right] + 12,$$

$$a = \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}, \quad b = \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}.$$

Кривые $s_{1i}^{(5)}(R)$, $i = 1, 2$, определяются по формулам

$$s_{11}^{(5)}(R) = \alpha_5(R) = 1 - \frac{4b}{2\sqrt{5}RK_1\left(\frac{1}{2}aR\right) + \sqrt{5}RK_1\left(\frac{1}{2}bR\right) + 5RK_1\left(\frac{1}{2}bR\right) + 2b},$$

$$s_{12}^{(5)}(R) = 1 - \frac{8(1-\sqrt{5})}{aR \left(K_1\left(\frac{1}{2}aR\right) - 2K_1\left(\frac{1}{2}bR\right) - \sqrt{5}K_1\left(\frac{1}{2}aR\right) \right) + A_3},$$

$$A_3(R) = R^2 \left(5K_0\left(\frac{1}{2}bR\right) - 3\sqrt{5}K_0\left(\frac{1}{2}bR\right) - 2\sqrt{5}K_0\left(\frac{1}{2}aR\right) \right) + 4(1 - \sqrt{5}).$$

Функции $s_{2i}^{(5)}(R)$, $i = 1, 2$, являются решениями уравнения $p_0(5, 2) = 0$ и не выписаны здесь ввиду их громоздкости.

Координаты точек пересечения кривых на рис. 3: $O_5(1,724; -0,689)$, $U_5(2,075; -0,780)$, $Q_5(3,016; -0,665)$ и $D_5(3,76; -1)$.

Благодарим Л.Г. Куракина за постановку задачи и внимание к работе.

Литература

1. Thomson W. Floating magnets (illustrating vortex systems) // *Nature*. 1878. Vol. 18. P. 13–14.
2. Thomson J.J. A Treatise on the Motion of Vortex Rings. London: Macmillan, 1883. P. 94–108.
3. Havelock T.H. The stability of motion of rectilinear vortices in ring formation // *Philosophical Magazine*. 1931. Vol. 11 (70). P. 617–633.
4. Kurakin L.G., Yudovich V.I. The stability of stationary rotation of a regular vortex polygon // *Chaos*. 2002. Vol. 12 (3). P. 574–595.
5. Kurakin L.G., Yudovich V.I. On nonlinear stability of steady rotation of a regular vortex polygon // *Dokl. Phys.* 2002. Vol. 47 (6). P. 465–470.
6. Stewart H.J. Periodic properties of the semi-permanent atmospheric pressure systems // *Quarterly of Applied Mathematics*. 1943. Vol. 1. P. 262.

7. Stewart H.J. Hydrodynamic problems arising from the investigation of the transverse circulation in the atmosphere // *Bulletin of the American Mathematical Society*. 1945. Vol. 51. P. 781–799.

8. Morikawa G.K., Swenson E.V. Interacting motion of rectilinear geostrophic vortices // *Phys. Fluids*. 1971. Vol. 14 (6). P. 1058–1073.

9. Kurakin L.G., Ostrovskaya I.V. On stability of the Thomson's vortex N-gon in the geostrophic model of the point Bessel vortices // *Regul. Chaotic Dyn.* 2017. Vol. 22 (7). P. 865–879.

10. Routh E.J. A Treatise on the Stability of a Given State Motion. London: Macmillan, 1877. 108 p.

11. Kurakin L.G., Ostrovskaya I.V., Sokolovskiy M.A. On the stability of discrete tripole, quadrupole, Thomson's vortex triangle and square in a two-layer/homogeneous rotating fluid // *Regul. Chaotic Dyn.* 2016. Vol. 21 (3). P. 291–334.

12. Kurakin L.G., Lysenko I.A., Ostrovskaya I.V., Sokolovskiy M.A. On Stability of the Thomson's Vortex N-gon in the Geostrophic Model of the Point Vortices in Two-layer Fluid // *J. of Nonlinear Science*. 2018. URL: <https://doi.org/10.1007/s00332-018-9526-2> (дата обращения: 17.12.2018).

13. Bergmans J., Kuvshinov B.N., Lakhin V.P., Schep T.J. Spectral stability of Alfvén filament configurations // *Physics of Plasmas*. 2000. Vol. 7, № 6. P. 2388–2403.

14. Alfvén H. On the existence of electromagnetic-hydrodynamic waves // *Arkiv. F. Mat. Fysik*. 1942. Vol. 29B, № 2. P. 7.

15. Batchelor G.K. On the spontaneous magnetic field in a conducting liquid in turbulent motion // *Proc. Roy. Soc. A*. 1950. Vol. 201. P. 405–416.

16. Кролл Н., Трайвелтис А. Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975. 525 с.

17. Sokolovskiy M.A., Verron J. Dynamics of Vortex Structures in a Stratified Rotating Fluid // *Atmospheric and Oceanographic Sciences Library*. Vol. 47. Cham: Springer, 2014. 382 p.

18. Lakhin V.P., Schep T.J., Westerhof E. Current-vortex filament model of nonlinear Alfvén perturbations in a finite-pressure plasma // *Physics of Plasmas*. 1998. Vol. 5, № 11. P. 3833–3848.

References

1. Thomson W. Floating magnets (illustrating vortex systems). *Nature*. 1878, vol. 18, pp. 13–14.
2. Thomson J.J. A Treatise on the Motion of Vortex Rings. London: Macmillan, 1883, pp. 94–108.
3. Havelock T.H. The stability of motion of rectilinear vortices in ring formation. *Philosophical Magazine*. 1931, vol. 11 (70), pp. 617–633.
4. Kurakin L.G., Yudovich V.I. The stability of stationary rotation of a regular vortex polygon. *Chaos*. 2002, vol. 12 (3), pp. 574–595.

5. Kurakin L.G., Yudovich V.I. On nonlinear stability of steady rotation of a regular vortex polygon. *Dokl. Phys.* 2002, vol. 47 (6), pp. 465-470.
6. Stewart H.J. Periodic properties of the semi-permanent atmospheric pressure systems. *Quarterly of Applied Mathematics.* 1943, vol. 1, p. 262.
7. Stewart H.J. Hydrodynamic problems arising from the investigation of the transverse circulation in the atmosphere. *Bulletin of the American Mathematical Society.* 1945, vol. 51, pp. 781-799.
8. Morikawa G.K., Swenson E.V. Interacting motion of rectilinear geostrophic vortices. *Phys. Fluids.* 1971, vol. 14 (6), pp. 1058-1073.
9. Kurakin L.G., Ostrovskaya I.V. On stability of the Thomson's vortex N-gon in the geostrophic model of the point Bessel vortices. *Regul. Chaotic Dyn.* 2017, vol. 22 (7), pp. 865-879.
10. Routh E.J. *A Treatise on the Stability of a Given State Motion.* London: Macmillan, 1877, 108 p.
11. Kurakin L.G., Ostrovskaya I.V., Sokolovskiy M.A. On the stability of discrete tripole, quadrupole, Thomson's vortex triangle and square in a two-layer/homogeneous rotating fluid. *Regul. Chaotic Dyn.* 2016, vol. 21 (3), pp. 291-334.
12. Kurakin L.G., Lysenko I.A., Ostrovskaya I.V., Sokolovskiy M.A. On Stability of the Thomson's Vortex N-gon in the Geostrophic Model of the Point Vortices in Two-layer Fluid. *J. of Nonlinear Science.* 2018. Available at: [https:// doi.org/10.1007/s00332-018-9526-2](https://doi.org/10.1007/s00332-018-9526-2) (accessed 17.12.2018).
13. Bergmans J., Kuvshinov B.N., Lakhin V.P., Schep T.J. Spectral stability of Alfvén filament configurations. *Physics of Plasmas.* 2000, vol. 7, No. 6, pp. 2388-2403.
14. Alfvén H. On the existence of electromagnetic-hydrodynamic waves. *Arkiv. F. Mat. Fysik.* 1942, vol. 29B, No. 2, p. 7.
15. Batchelor G.K. On the spontaneous magnetic field in a conducting liquid in turbulent motion. *Proc. Roy. Soc. A.* 1950, vol. 201, pp. 405-416.
16. Kroll N., Trautveit A. *Osnovy fiziki plazmy* [Fundamentals of plasma physics]. Moscow: Mir, 1975, 525 p.
17. Sokolovskiy M.A., Verron J. Dynamics of Vortex Structures in a Stratified Rotating Fluid. *Atmospheric and Oceanographic Sciences Library.* Cham: Springer, 2014, vol. 47, 382 p.
18. Lakhin V.P., Schep T.J., Westerhof E. Current-vortex filament model of nonlinear Alfvén perturbations in a finite-pressure plasma. *Physics of Plasmas.* 1998, vol. 5, No. 11, pp. 3833-3848.

УДК 519.634

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-24-29

НЕСИММЕТРИЧНОЕ КАВИТАЦИОННОЕ ДВИЖЕНИЕ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА В ЖИДКОСТИ ПОСЛЕ УДАРА

© 2019 г. М.В. Норкин¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

NON-SYMMETRIC CAVITATION MOVEMENT OF A CIRCULAR CYLINDER IN A LIQUID AFTER IMPACT

M.V. Norkin¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Норкин Михаил Викторович – доктор физико-математических наук, доцент, профессор, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: norkinmi@mail.ru

Michail V. Norkin - Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Professor, Department of Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: norkinmi@mail.ru

В плоской постановке исследуется динамическая смешанная задача о совместном движении идеальной несжимаемой жидкости и плавающего на ее поверхности кругового цилиндра на малых временах. Предполагается, что начальное возмущение жидкости вызывается вертикальным и безотрывным ударом цилиндра, полупогруженного в жидкость. После удара скорость цилиндра изменяется по известному закону. Наряду с вертикальной компонентой скорости появляется ее горизонтальная компонента, которая увеличивается пропорционально времени. Таким образом, рассматривается случай несимметричного движения тела после удара. Особенность этой задачи в том, что при определенных условиях сразу после удара возникают области низкого давления вблизи тела и образуются присоединенные каверны. Поставленная задача при малых временах сводится к смешанной краевой задаче теории потенциала с односторонними ограничениями на поверхности тела. В силу неизвестности зоны отрыва она является нелинейной и относится к классу задач со свободными границами. Для ее решения применяется специальный итерационный метод, в котором последовательно уточняются неизвестные заранее первоначальные зоны отрыва и контакта частиц жидкости. Рассматриваются конкретные примеры, демонстрирующие образование каверн вблизи границы плавающего тела. Предложенная математическая модель может быть использована для решения практических задач корабельной гидродинамики.

Ключевые слова: идеальная несжимаемая жидкость, удар, кавитационный отрыв, асимптотика, свободная граница, каверна, малые времена, число Фруда.

In the flat formulation, we investigate the dynamic mixed problem of the joint motion of an ideal incompressible fluid and a circular cylinder floating on its surface for small times. It is assumed that the initial perturbation of the fluid is caused by a vertical and continuous impact of the cylinder, which is semi-submerged in the fluid. After hitting the cylinder speed changes according to a known law. Along with the vertical component of speed, its horizontal component appears, which increases in proportion to time. Thus, the case of asymmetric body movement after impact is considered. A feature of this problem is that under certain conditions, immediately after the impact, low pressure areas appear near the body and attached cavities are formed. The problem at small times reduces to a mixed boundary value problem of potential theory with one-sided constraints on the surface of the body. Due to the uncertainty of the separation zone, this problem is non-linear and belongs to the class of problems with free boundaries. To solve it, a special iterative method is used, in which the previously unknown initial zones of separation and contact of fluid particles are sequentially refined. Concrete examples that demonstrate the formation of cavities near the border of a floating body are considered. The considered mathematical model can be used to solve practical problems of ship hydrodynamics.

Keywords: ideal incompressible fluid, impact, cavitation separation, asymptotics, free boundary, cavity, small times, Froude number.

Одной из важнейших задач гидродинамики является исследование движения твердых тел в жидкости с учетом явления кавитации. Отрыв жидкости от тела часто возникает при ударе, разгоне или торможении твердых тел, плавающих на поверхности жидкости или полностью в нее погруженных. В результате отрыва вблизи поверхности тела образуется каверна и появляется новая внутренняя свободная граница жидкости. Форма каверны и конфигурация внешней свободной поверхности заранее неизвестны и подлежат определению в ходе решения задачи. Большой интерес представляют задачи, в которых начальное возмущение жидкости вызывается ударом плавающего тела. Согласно классической теории, изложенной в [1], удар может происходить как без отрыва частиц жидкости от смоченной поверхности тела, так и с образованием зон отрыва. При этом присоединенная каверна может возникать не только после отрывного удара тела в жидкости (что совершенно естественно), но также и после его безотрывного удара [2–5]. В последнем случае отрыв обусловлен процессами, происходящими уже после удара – законом движения тела и физическими параметрами задачи (число Фруда, безразмерное атмосферное давление или число кавитации). Математическая модель кавитационного торможения тела в жидкости после его безотрывного удара была предложена в статье [2]. Дальнейшее развитие эта работа получила в статьях [3–5]. В перечисленных работах изучение процесса кавитации на малых временах сводилось к решению смешанной краевой задачи теории потенциала с односторонними ограничениями на поверхности тела. По своей структуре данная модель совпадает с классической задачей об ударе с отрывом, что обеспечивает регулярность ее решения в точках отрыва (выполнение условия Кутта – Жуковского) и позволяет использовать для ее решения известные численные методы. Ранее исследование задачи о кавитационном торможении кругового цилиндра проводилось в предположении о том, что картина течения жидкости симметрична относительно вертикальной оси y [2, 4]. В настоящей работе рассматривается обобщение результатов статьи [2] на несимметричный случай.

Постановка задачи

Рассматривается плоская задача о начальном этапе движения кругового цилиндра, плавающего на поверхности идеальной, несжимаемой, тяжелой жидкости. Предполагается, что начальное возмущение жидкости вызывается вертикальным и безотрывным ударом цилиндра, полупогруженного в жидкость. После удара, наряду с вертикальной

компонентой скорости движения цилиндра, появляется ее горизонтальная компонента, которая увеличивается со временем по линейному закону. При определенных условиях возникают области низкого давления вблизи тела и образуются присоединенные каверны. В общем случае зона отрыва представляет собой несвязное множество. Согласно классической теории удара, течение жидкости в момент, непосредственно следующий после удара, будет потенциальным, а в силу теоремы Лагранжа – потенциальным и во все последующие моменты времени [6]. Математическая постановка задачи, записанная в безразмерных переменных в подвижной системе координат, связанной с цилиндром, имеет вид

$$\Delta\Phi = 0, \quad R \in \Omega(t),$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial n} = \dot{h}_x(t)n_x + \dot{h}_y(t)n_y, \quad R \in S_{11}(t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \dot{h}_x(t)\frac{\partial\Phi}{\partial x} - \dot{h}_y(t)\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 - p_0 + Fr^{-2}(y + h_y(t)) = 0, \quad R \in S_{12}(t);$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r} - \dot{h}_x(t)\cos\theta - \dot{h}_y(t)\sin\theta = \frac{\partial\eta}{\partial\theta}\dot{\theta}(t) + \frac{\partial\eta}{\partial t},$$

$$\dot{\theta}(t) = R^{-2}[x(\Phi_y - \dot{h}_y(t)) - y(\Phi_x - \dot{h}_x(t))], \quad R \in S_{12}(t),$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} - \dot{h}_x(t)\frac{\partial\Phi}{\partial x} - \dot{h}_y(t)\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 + Fr^{-2}\xi(x, t) = 0,$$

$$R \in S_2(t), \quad (2)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y} = \frac{\partial\xi}{\partial x}\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x} - \dot{h}_x(t)\right] + \frac{\partial\xi}{\partial t}, \quad R \in S_2(t).$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y} = 0, \quad y = -H_b - h_y(t); \quad \frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0,$$

$$x = \pm H_R - h_x(t),$$

$$\Phi(x, y, 0) = \Phi_0(x, y), \quad \xi(x, 0) = 0, \quad \eta(\theta, 0) = 0, \quad (3)$$

$$\dot{h}_x(t) = \omega_x t, \quad \dot{h}_y(t) = -1 + \omega_y t.$$

Течение жидкости в момент, непосредственно следующий после удара (начальный момент времени), определяется на основе решения задачи о безотрывном ударе [1]. В случае неограниченной жидкости решение задачи удара имеет простое аналитическое выражение:

$$\Phi_0(x, y) = \frac{y}{x^2 + y^2}.$$

Переход к безразмерным переменным осуществляется по формулам

$$t' = \frac{a}{V_0}t, \quad x' = ax, \quad y' = ay, \quad \Phi' = aV_0\Phi, \quad p' = \rho V_0^2 p,$$

$$V_0 = -V_y,$$

где штрихами помечаются размерные величины.

Неподвижные координаты X, Y связаны с подвижными x, y соотношениями $X = x + h_x(t)$, $Y = y + h_y(t)$.

Здесь и далее используются следующие обозначения: $\Phi(x, y, t)$ – потенциал скоростей абсолютно движения жидкости, записанный относительно подвижной системы координат; $\Omega(t)$ – область, занятая жидкостью; $S_{11}(t)$ – часть поверхности цилиндра, на которой не происходит отрыв частиц жидкости; $S_{12}(t)$ – оторвавшаяся от поверхности цилиндра внутренняя свободная граница жидкости; $S_2(t)$ – внешняя свободная поверхность жидкости, которая первоначально была горизонтальной; $\mathbf{V} = (0, V_y)$ – скорость, приобретенная цилиндром в результате удара; $\dot{h}_x(t), \dot{h}_y(t)$ – безразмерные компоненты скорости цилиндра после удара; $\rho = \text{const}$ – плотность жидкости; a – радиус цилиндра; $\mathbf{R}$ – радиус-вектор с координатами (x, y) .

Задача (1)–(3) содержит следующие безразмерные параметры:

$$Fr = \frac{V_0}{\sqrt{ga}}, \quad p_0 = \frac{p_a}{\rho V_0^2}, \quad \omega_x = \frac{w_x a}{V_0^2}, \quad \omega_y = \frac{w_y a}{V_0^2},$$

где Fr – число Фруда; p_a – атмосферное давление; g – ускорение свободного падения; w_x, w_y – ускорения цилиндра, соответствующие его движениям в горизонтальном и вертикальном направлениях. Через ω_x, ω_y, p_0 обозначены безразмерные величины w_x, w_y, p_a .

На внешней и внутренних свободных границах ставятся динамические и кинематические условия (2). Предполагается, что на внешней свободной границе $S_2(t)$ действует атмосферное давление $p = p_a$, на внутренней свободной границе $S_{12}(t)$ – $p = p_c$, где p_c – давление насыщенных паров жидкости или газа ($p_c \approx 0$).

Кинематическое условие на $S_{12}(t)$ записывается в полярных координатах r, θ ($x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$). Уравнения внешней и внутренней свободных границ относительно подвижной системы координат имеют вид

$$y = \xi(x, t) - h_y(t); \quad r = 1 + \eta(\theta, t).$$

В точках пересечения внутренней свободной границы с поверхностью цилиндра (в точках отрыва) ставится условие Кутта – Жуковского, означающее, что скорость жидкости в этих точках должна быть конечной.

После нахождения потенциала скоростей Φ давление в жидкости определяется на основании интеграла Коши – Лагранжа:

$$p = p_0 -$$

$$-\left[\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \dot{h}_x(t) \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \dot{h}_y(t) \frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi)^2 + Fr^{-2} (y + h_y(t)) \right].$$

Асимптотический анализ задачи на малых временах

При моделировании кавитационного отрыва в возмущенной жидкости делается предположение о том, что отрыв происходит сразу по конечному и в большинстве случаев не маленькому участку поверхности тела [2]. При этом важную роль играют первоначальные зоны контакта и отрыва $S_{11}(0), S_{12}(0)$, для определения которых необходимо сформулировать дополнительные динамическое и кинематическое условия типа неравенств.

Решение поставленной задачи на малых временах будем разыскивать в виде следующих асимптотических разложений ($t \rightarrow 0$):

$$\Phi(x, y, t) = \Phi_0(x, y) + t\Phi_1(x, y) + o(t), \quad (4)$$

$$\xi(x, t) = t\xi_0(x) + t^2\xi_1(x) + o(t^2), \quad (5)$$

$$\eta(\theta, t) = t\eta_0(\theta) + t^2\eta_1(\theta) + o(t^2). \quad (6)$$

Подставляя (4)–(6) в (1)–(3), осуществляя снос краевых условий с возмущенных участков границы области $\Omega(t)$ на первоначально невозмущенный уровень и учитывая дополнительные условия в виде неравенств, придем для определения функции Φ_1 к смешанной краевой задаче теории потенциала с односторонними ограничениями на поверхности тела:

$$\Delta \Phi_1 = 0, \quad R \in \Omega(0), \quad \Phi_1 = -f(\Phi_0), \quad R \in S_2(0), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial n} = \omega_x n_x + \omega_y n_y, \quad p_0 - \Phi_1 - f(\Phi_0) - Fr^{-2} y \geq 0, \\ R \in S_{11}(0), \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial n} \geq \omega_x n_x + \omega_y n_y, \quad p_0 - \Phi_1 - f(\Phi_0) - Fr^{-2} y = 0, \\ R \in S_{12}(0), \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial y} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad y = -H_b; \quad \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0, \quad x = \pm H_R, \quad (10)$$

$$f(\Phi_0) = \frac{\partial \Phi_0}{\partial y} + \frac{1}{2} (\nabla \Phi_0)^2.$$

Обоснование краевых условий типа неравенств проводится по аналогии с [2]. Неравенство в (8) означает, что давление на смоченной поверхности тела (в главном приближении по времени) должно

быть неотрицательным. Неравенство в (9) говорит о том, что жидкие частицы не могут входить внутрь твердого тела, хотя им разрешается отрываться от твердой границы.

Наличие сразу двух неравенств гарантирует существование единственного решения задачи. После решения задачи (7)–(10) коэффициенты асимптотических разложений (5), (6) находятся по формулам

$$\xi_0(x) = \frac{\partial \Phi_0}{\partial y}, \quad \xi_1(x) = 0,5 \frac{\partial \Phi_1}{\partial y}; \quad \eta_0(\theta) = 0,$$

$$\eta_1(\theta) = 0,5 \left[\frac{\partial \Phi_1}{\partial r} - \omega_x \cos \theta - \omega_y \sin \theta \right].$$

Из общей теории решения краевых задач для эллиптических дифференциальных уравнений в частных производных следует, что функция (6), описывающая возмущение внутренней свободной границы жидкости на малых временах (с учетом равенства $\eta_0(\theta) = 0$), будет непрерывной в точках отрыва, а ее первая производная по переменной θ будет иметь в них особенности типа квадратного корня. Подчеркнем, что именно регулярность решения задачи с односторонними ограничениями позволяет изобразить форму внутренней свободной границы на малых временах без построения специальных погранслойных решений в точках отрыва. Роль погранслойных решений здесь состоит в том, чтобы сгладить особенности у производных и таким образом получить регулярное выражение для функции $\eta(\theta, t)$ вблизи точек отрыва. При этом форма каверны на малых временах практически не изменится. Сложнее обстоит дело с внешней свободной границей жидкости вблизи точек контакта ($x = \pm 1, y = 0$). Наличие горизонтальной компоненты скорости $\dot{h}_x(t)$ приводит к слабой особенности в коэффициенте $\xi_1(x)$ при $x \rightarrow \pm 1$. Асимптотическая формула (5) является лишь внешним разложением, эффективным за пределами некоторых окрестностей указанных точек. Построение внутреннего разложения в такого рода примерах остается нерешенной задачей. Однако при малых временах и небольших ω_x указанная особенность проявляет себя только в очень маленькой окрестности точки контакта, что позволяет использовать формулу (5) практически во всем диапазоне изменения переменной x . Отметим также, что в предельном случае, когда $p_0 \rightarrow 0$, указанной выше особенности не возникает. Отличительной особенностью этого предельного случая является то, что зазоры (области контакта) между крайними точками отрыва и внешней свободной границей жидкости исчезают. Отметим, что основные вопросы

данной статьи, связанные с кавитацией, решаются достаточно полно и не зависят от проблемы, возникающей в точках контакта.

Численная реализация и анализ результатов

Для численного решения задачи с односторонними ограничениями применяется специальный итерационный метод, в котором последовательно уточняются неизвестные заранее первоначальные зоны отрыва и контакта частиц жидкости. Исходная нелинейная задача (с неизвестной зоной отрыва) сводится к последовательному решению линейных краевых задач с фиксированным разбиением границы тела на области задания краевых условий типа Дирихле – Неймана. В качестве начального приближения в этом итерационном процессе выбирается решение линейной (без учета неравенств) смешанной краевой задачи (7)–(10) с такой маленькой зоной $S_{12}(0)$, в окрестности которой нарушается динамическое условие в виде неравенства (8) (т.е. нарушается условие неотрицательности давления в области контакта). Новые приближения к точкам отрыва определяются из условия локального отрицательного минимума давления на смоченной поверхности тела. Затем процесс повторяется. Каждый следующий шаг итерационного процесса приводит к уменьшению зоны отрицательных давлений. Процесс заканчивается, когда эта зона исчезает. Заметим также, что линейные задачи, возникающие на каждом шаге итерационного процесса, решаются численно методом конечных элементов с применением пакета FreeFem++ [7]. При этом используется их слабая вариационная постановка. Подробное изложение данного итерационного метода приводится в работах [2–5]. Ранее аналогичные итерационные процессы применялись в контактных задачах теории упругости с неизвестными заранее областями контакта [8], а также при исследовании плоских задач об отрывном ударе твердых тел в жидкости [9]. Итерационные методы последовательного уточнения неизвестной границы в применении к другим задачам со свободной границей изложены в монографии [10].

Рассмотрим конкретные примеры, демонстрирующие образование каверн вблизи границы плавающего тела. Исследование задачи проводится при следующих фиксированных значениях параметров: $Fr = 3$, $\omega_y = 2$, $t = 0,4$, $H_R = H_b = 5$. При этом рассматриваются случаи, соответствующие различным ω_x и p_0 . При $\omega_x = 0$, $p_0 = 1$ образуются две симметричные присоединенные каверны, вызванные быстрым торможением цилиндра [2].

Для $\omega_x > 0$ эта симметрия нарушается. На рис. 1 изображены две несимметричные каверны, соответствующие случаю $\omega_x = 0,5$, $p_0 = 1$. Угловые координаты точек отрыва имеют следующие приближенные значения: $\theta_1 = -0,39$, $\theta_2 = -0,82$, $\theta_3 = -2,11$, $\theta_4 = -2,88$. Дальнейшее увеличение ω_x приводит к исчезновению первой зоны отрыва, расположенной в области $-0,5\pi < \theta < 0$. Это происходит при значениях ω_x , близких к 0,9. При $\omega_x \rightarrow \infty$ задача (7)–(10) переходит в классическую задачу о горизонтальном отрывном ударе цилиндра, полупогруженного в жидкость [11, 12]. Как следует из этих работ, приближенное значение безразмерной ординаты точки отрыва $c_y = -0,921$ (для случая неограниченной жидкости).

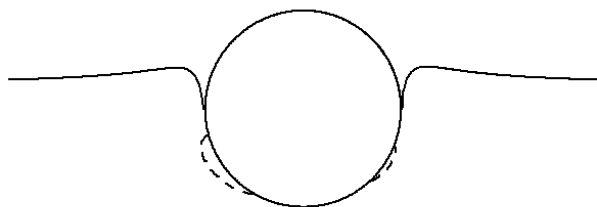


Рис. 1. Образование двух несимметричных присоединенных каверн: $\omega_x = 0,5$, $p_0 = 1$ /

Fig. 1. Formation of two asymmetrical attached cavities:
 $\omega_x = 0,5$, $p_0 = 1$

Численные значения ординаты соответствующей точки отрыва, полученной на основе решения задачи (7)–(10) при различных значениях ω_x и неизменных остальных параметров задачи, равны: $\omega_x = 3$, $c_y = -0,898$; $\omega_x = 10$, $c_y = -0,908$; $\omega_x = 100$, $c_y = -0,912$. При $\omega_x \rightarrow \infty$ ордината второй точки отрыва стремится к нулю. Изучим влияние безразмерного атмосферного давления на картину течения жидкости после удара. При стремлении величины p_0 к нулю зазоры между крайними точками отрыва и внешней свободной границей жидкости исчезают. На рис. 2 изображена картина течения жидкости, соответствующая случаю $p_0 = 0,1$, $\omega_x = 2$ ($\theta_1 = -0,043$, $\theta_2 = -0,85$, $\theta_3 = -1,71$, $\theta_4 = -3,12$). При уменьшении ω_x зоны отрыва сливаются, а при увеличении ω_x первая зона исчезает. Рисунок 3 соответствует случаю $p_0 = 0,1$, $\omega_x = 1$ ($\theta_1 = -0,036$, $\theta_2 = -1,17$, $\theta_3 = -1,66$, $\theta_4 = -3,12$).

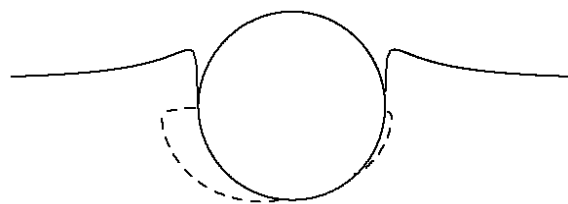


Рис. 2. Картина течения при $\omega_x = 2$, $p_0 = 0,1$ /

Fig. 2. The flow pattern at $\omega_x = 2$, $p_0 = 0,1$

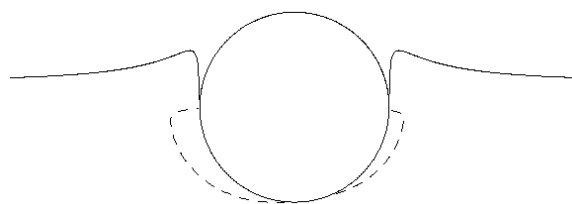


Рис. 3. Картина течения при $\omega_x = 1$, $p_0 = 0,1$ /

Fig. 3. The flow pattern at $\omega_x = 1$, $p_0 = 0,1$

Заключение

В работе дано обобщение на несимметричный случай задачи о кавитационном торможении кругового цилиндра в жидкости после безотрывного удара. Показано, что горизонтальное ускорение цилиндра оказывает существенное влияние на картину течения жидкости после удара. Важным является учет физических параметров задачи, которые влияют на расположение каверн и их форму на малых временах.

Приводятся численные примеры, демонстрирующие образование каверн вблизи границы плавающего тела. Результаты данной статьи допускают обобщение на случай эллиптического цилиндра, плавающего на поверхности жидкости.

Литература

1. Седов Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. М.: Наука, 1966. 448 с.
2. Норкин М.В. Кавитационное торможение кругового цилиндра в жидкости после удара // Прикладная механика и техн. физика. 2017. Т. 58, № 1. С. 102–107.
3. Норкин М.В. Кавитационное торможение твердого тела в возмущенной жидкости // Нелинейная динамика. 2017. Т. 13, № 2. С. 181–193.
4. Норкин М.В. Свободное кавитационное торможение кругового цилиндра в жидкости после удара // Сиб. журн. индустр. Математики. 2018. Т. XXI, № 3 (75). С. 94–103.

5. Норкин М.В. Математическая модель кавитационного торможения тора в жидкости после удара // Мат. моделирование. 2018. Т. 30, № 8. С. 116–130.

6. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. М.: Физматгиз, 1963. Ч. 1. 583 с.

7. Жуков М.Ю., Ширяева Е.В. Использование пакета конечных элементов FreeFem++ для задач гидродинамики, электрофореза и биологии. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2008. 256 с.

8. Рвачев В.Л., Проценко В.С. Контактные задачи теории упругости для неклассических областей. Киев: Наук. думка, 1977. 235 с.

9. Дворак А.В., Теселкин Д.А. Численное исследование двумерных задач об импульсивном движении плавающих тел // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т. 26, № 1. С. 144–150.

10. Вабищевич П.Н. Численные методы решения задач со свободной границей. М.: Изд-во МГУ, 1987. 164 с.

11. Кудрявцева Н.А. Горизонтальный удар плавающего эллипса о несжимаемую жидкость // ПММ. 1960. Т. 24. С. 258–261.

12. Корчагин В.С. Отрывной удар по цилиндру, полупогруженному в жидкость // Изв. СКНЦ ВШ. Естеств. науки. 1978. № 4. С. 25–27.

References

1. Sedov L.I. *Ploskie zadachi gidrodinamiki i aerodinamiki* [Flat problems of hydrodynamics and aerodynamics]. Moscow: Nauka, 1966, 448 p.

2. Norkin M.V. Kavitatsionnoe tormozhenie krugovogo tsilindra v zhidkosti posle udara [Cavitation braking of a circular cylinder in a liquid after impact]. *Prikladnaya mekhanika i tekhn. fizika*. 2017, vol. 58, No. 1, pp. 102-107.

3. Norkin M.V. Kavitatsionnoe tormozhenie tverdogo tela v vozmushchennoi zhidkosti [Cavitation inhibition of a solid in a perturbed fluid]. *Nelineinaya dinamika*. 2017, vol. 13, No. 2, pp. 181-193.

4. Norkin M.V. Svobodnoe kavitatsionnoe tormozhenie krugovogo tsilindra v zhidkosti posle udara [Free cavitation braking of a circular cylinder in a liquid after impact]. *Sib. zhurn. industr. matematiki*. 2018, vol. XXI, No. 3 (75), pp. 94-103.

5. Norkin M.V. Matematicheskaya model' kavitatsionnogo tormozheniya tora v zhidkosti posle udara [Mathematical model of cavitation inhibition of the Torah in the fluid after impact]. *Mat. modelirovanie*. 2018, vol. 30, No. 8, pp. 116-130.

6. Kochin N.E., Kibel' I.A., Roze N.V. *Teoreticheskaya gidromekhanika* [Theoretical hydromechanics]. Moscow: Fizmatgiz, 1963, ch. 1, 583 p.

7. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. *Ispol'zovanie paketa konechnykh elementov FreeFem++ dlya zadach gidrodinamiki, elektroforeza i biologii* [Using the FreeFem++ finite element package for hydrodynamics, electrophoresis, and biology]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2008, 256 p.

8. Rvachev V.L., Protsenko V.S. *Kontaktnye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastei* [Contact problems of elasticity theory for non-classical domains]. Kiev: Nauk. dumka, 1977, 235 p.

9. Dvorak A.V., Teselkin D.A. Chislennoe issledovanie dvumernykh zadach ob impul'sivnom dvizhenii plavayushchikh tel [Numerical study of two-dimensional problems on the impulsive motion of floating bodies]. *Zhurn. vychisl. matematiki i mat. fiziki*. 1986, vol. 26, No. 1, pp. 144-150.

10. Vabishchevich P.N. *Chislennyye metody resheniya zadach so svobodnoi granitse* [Numerical methods for solving problems with a free boundary]. Moscow: Izd-vo MGU, 1987, 164 p.

11. Kudryavtseva N.A. Gorizonta'nyi udar plavayushchego ellipsa o neszhipaemuyu zhidkost' [Horizontal impact of a floating ellipse on an incompressible liquid]. *PMM*. 1960, vol. 24, pp. 258-261.

12. Korchagin V.S. Otryvnoi udar po tsilindru, polupogruzhennomu v zhidkost' [The detachable shock cylinder, half-sunk in the fluid]. *Izv. SKNTs VSh. Estestv. nauki*. 1978, No. 4, pp. 25-27.

УДК 539.3

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-30-32

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СЛОЯ*

© 2019 г. Д.А. Пожарский¹, М.В. Бедойдзе¹, Е.Д. Пожарская¹

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

PERIODIC CONTACT PROBLEMS FOR A LAYER

D.A. Pozharskii¹, M.V. Bedoidze¹, E.D. Pozharskaya¹

¹Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

Пожарский Дмитрий Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: pozharda@rambler.ru

Dmitrii A. Pozharskii - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: pozharda@rambler.ru

Бедойдзе Мария Васильевна – старший преподаватель, кафедра прикладной математики, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: masha.bedoidze@gmail.com

Marya V. Bedoidze - Senior Lecturer, Department of Applied Mathematics, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: masha.bedoidze@gmail.com

Пожарская Елизавета Дмитриевна – студент, кафедра прикладной математики, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: pozharskaya.elizaveta@rambler.ru

Elizaveta D. Pozharskaya - Student, Department of Applied Mathematics, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: pozharskaya.elizaveta@rambler.ru

Рассматриваются трехмерные периодические контактные задачи теории упругости для неоднородного слоя с переменным по глубине коэффициентом Пуассона и постоянным модулем сдвига. Модуль Юнга также изменяется по глубине соответствующим образом. Одна грань слоя находится в условиях скользящей или жесткой заделки, другая контактирует с периодической цепочкой штампов, расположенных вдоль одной из осей координат. Фундаментальные решения для упругого слоя с переменным коэффициентом Пуассона были получены А.Н. Бородачевым при помощи представления Фрайбергера. На основе этих решений контактные задачи сведены к интегральному уравнению, из ядра которого выделена главная часть. Предполагается, что область контакта неизвестна. Для решения используется метод Б.А. Галанова нелинейных граничных интегральных уравнений, который позволяет одновременно определить область контакта и контактные давления. Сделаны расчеты механических характеристик при разных параметрах неоднородности, относительных толщинах слоя и полупериодах контакта. Ранее в трехмерной постановке исследовались периодические контактные задачи для однородного упругого слоя.

Ключевые слова: периодическая контактная задача, неоднородный упругий слой.

Three-dimensional periodic contact problems of the elasticity theory are considered for an inhomogeneous layer with variable Poisson's ratio in depth and constant shear modulus. The Young's modulus is also variable in depth. One layer face is subject to sliding support or fixed while the other layer face contacts with a periodic punch system situated along one coordinate axis. Fundamental solutions for an elastic layer with variable Poisson's ratio were derived by A.N. Borodachev with the help of Freiburger presentation. On the basis of those solutions the contact problems are reduced to integral equations with separated principal parts in their kernels. For the case of unknown contact zones, the B.A. Galanov method of nonlinear boundary integral equations is used which make it possible to determine the contact zones and the contact pressures simultaneously. Mechanical characteristics are calculated for different values of nonhomogeneity parameter as well as for different relative layer thickness and the contact semiperiod. Earlier similar three-dimensional periodic contact problems were treated for a homogeneous layer.

Keywords: periodic contact problem, inhomogeneous elastic layer.

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 18-01-00017).

Исследуются периодические контактные задачи с заранее неизвестной областью контакта для упругого слоя $\{|x|<\infty, |y|<\infty, 0\leq z\leq h\}$, упругий материал которого характеризуется постоянным модулем сдвига G и переменным по глубине коэффициентом Пуассона $\nu(z)$. Грань слоя $z=h$ находится в условиях скользящей или жесткой заделки (задачи А и Б соответственно). Грань $z=0$ взаимодействует с бесконечной цепочкой одинаковых и равноудаленных друг от друга штампов, вытянутой вдоль оси x . К штампам периодическим образом приложены одинаковые вдавливающие силы P . Осадки штампов равны δ , формы основания – круговые параболоиды.

Фундаментальные решения, необходимые для вывода интегрального уравнения контактных задач А и Б, получены в работе [1].

Пусть характеризующая указанную неоднородность функция $\gamma(z)=[1-\nu(z)]^{-1}$ [1] разлагается в степенной ряд по z/h . Далее без ограничения общности будем удерживать в этом разложении два первых члена:

$$\gamma(z)=a_0+a_1z/h, \quad a_0=[1-\nu(0)]^{-1}.$$

Пусть неизвестная область контакта Ω под штампом, для которого точка первоначального касания совмещена с началом координат, заключена в квадрате $S=\{|x|<b, |y|<b\}$. Используя периодичность и фундаментальное решение [1], сведем задачу А к следующему интегральному уравнению относительного контактного давления $q(x,y)$ в области Ω :

$$\iint_{\Omega} q(\xi,\eta)K(x,y,\xi,\eta)d\xi d\eta=\delta-(x^2+y^2)/(2R) \quad (1)$$

$$((x,y)\in\Omega),$$

$$K(x,y,\xi,\eta)=\frac{1}{4\pi^2\theta_0h}\times$$

$$\times\int_{-\infty-\infty}^{\infty}\int_{-\infty-\infty}^{\infty}\frac{L(r)}{r}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\cos(s\frac{\xi+2km-x}{h})\cos(t\frac{\eta-y}{h})dsdt,$$

$$\theta_0=Ga_0,$$

$$L(r)=\frac{\operatorname{ch}(2r)-1}{\operatorname{sh}(2r)+2r+a[(\operatorname{ch}(2r)-1)/(2r)+r]}, \quad (2)$$

$$r=\sqrt{s^2+t^2}, \quad a=\frac{a_1}{a_0}.$$

Параметр m характеризует полупериод контакта [2]. При $a=0$ уравнение (1) совпадает с соответствующим уравнением для однородного слоя [2].

Для задачи Б функция $L(r)$ обладает таким же асимптотическим поведением в нуле и бесконечности, как функция (2), и здесь не приводится.

Для решения контактной задачи используем метод Галанова [3], позволяющий одновременно определить область контакта и давления в ней. Из ядра уравнения (1) важно выделить главную часть, соответствующую контактной задаче для однород-

ного полупространства. При этом учтем поведение функции (2) в нуле (стремится к нулю) и в бесконечности (убывает как a/r). Отметим, что для однородного слоя ($a=0$) имеется экспоненциальное убывание символа в бесконечности.

Используя подход, развитый в [2], представим символ ядра (2) в виде

$$\frac{L(r)}{r}=\frac{1-\exp(-2r)}{r}+M(r),$$

$$M(r)=\frac{L(r)-1+\exp(-2r)}{r}. \quad (3)$$

При использовании (3), интеграла из [2]

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty-\infty}^{\infty}\int_{-\infty-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-au)}{u}\cos(sx)\cos(ty)dsdt=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{a^2+x^2+y^2}} \quad \text{и формулы из [2]}$$

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty}\cos(s\frac{\xi+2km-x}{h})=$$

$$=2\pi\cos(s\frac{\xi-x}{h})\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\frac{2sm}{h}-2\pi k)$$

представим ядро уравнения (1) в виде двух слагаемых по аналогии с [2].

Введем безразмерные обозначения (штрихи далее опускаем):

$$x'=\frac{x}{b}, \quad y'=\frac{y}{b}, \quad \delta'=\frac{\delta}{b}, \quad A=\frac{b}{2R}, \quad \lambda=\frac{h}{b}, \quad \mu=\frac{m}{b}>1, \quad (4)$$

$$q'(x',y')=\frac{q(x,y)}{2\pi\theta_0}, \quad P'=\frac{P}{2\pi\theta_0b^2}, \quad \Omega\rightarrow\Omega' \quad \text{и т.д.}$$

В обозначениях (4) при учете (3) интегральное уравнение (1) примет вид

$$\iint_{\Omega} q(\xi,\eta)[K_1(x,y,\xi,\eta)+K_2(x,y,\xi,\eta)]d\xi d\eta=$$

$$=\delta-A(x^2+y^2), \quad (x,y)\in\Omega, \quad (5)$$

$$K_1(x,y,\xi,\eta)=$$

$$=Q_0+\sum_{k=1}^{\infty}(Q_k+Q_{-k}), \quad Q_k=\frac{1}{R_k}-\frac{1}{\sqrt{4\lambda^2+R_k^2}},$$

$$K_2(x,y,\xi,\eta)=\frac{1}{\mu}\int_0^{\infty}M(t)\cos(t\frac{\eta-y}{\lambda})dt+$$

$$+\frac{2}{\mu}\sum_{k=1}^{\infty}\int_0^{\infty}M(r_k(t))\cos(t\frac{\eta-y}{\lambda})dt\cos\frac{\pi k(\xi-x)}{\mu},$$

$$R_k=\sqrt{(\xi+2k\mu-x)^2+(\eta-y)^2},$$

$$r_k(t)=\sqrt{\frac{\pi^2k^2\lambda^2}{\mu^2}+t^2}.$$

Член Q_0 содержит главную часть ядра интегрального уравнения (5).

В таблице для задачи А при разных значениях безразмерных параметров a , λ и μ , которые харак-

теризуют соответственно неоднородность материала слоя, его относительную толщину и полупериод системы штампов, даны значения интегральной характеристики контактного давления – вдавливающей силы P . При этом прямоугольник S покрывали сеткой из 9×9 узлов и полагали $A = \delta = 1$. Как видно из таблицы, при $a > 0$, когда коэффици-

ент Пуассона и модуль Юнга возрастают по глубине от поверхности контакта, контактные давления больше, чем при $a < 0$, когда коэффициент Пуассона и модуль Юнга убывают по глубине от поверхности контакта. С увеличением λ (толщины слоя) контактные давления снижаются, что связано с удалением скользящей заделки.

Значения силы P в контактной задаче А

μ	a					
	1/3		0		-1/3	
	$\lambda=5$	$\lambda=10$	$\lambda=5$	$\lambda=10$	$\lambda=5$	$\lambda=10$
5	0,354	0,325	0,339	0,315	0,301	0,286
10	0,352	0,327	0,338	0,319	0,313	0,300

Взаимовлияние штампов проявляется больше при $a < 0$, чем при $a \geq 0$, что вызвано снижением модуля Юнга в глубину от области контакта.

Литература

1. Бородачев А.Н. Упругое равновесие неоднородного по толщине слоя // Прикладная механика. 1988. Т. 24, № 8. С. 30–35.
2. Александров В.М. Двоякопериодические контактные задачи для упругого слоя // ПММ. 2002. Т. 66, вып. 2. С. 307–315.
3. Галанов Б.А. Метод граничных уравнений типа Гаммерштейна для контактных задач теории упругости в случае неизвестных областей контакта // ПММ. 1985. Т. 49, вып. 5. С. 827–835.

References

1. Borodachev A.N. Uprugoe ravnovesie neodnorodnogo po tolshchine sloya [Elastic equilibrium inhomogeneous across the thickness of the layer]. *Prikladnaya mekhanika*. 1988, vol. 24, No. 8, pp. 30-35.
2. Aleksandrov V.M. Dvoyakoperiodicheskie kontaktnye zadachi dlya uprugogo sloya [Doubly periodic contact problems for an elastic layer]. *PMM*. 2002, vol. 66, iss. 2, pp. 307-315.
3. Galanov B.A. Metod granichnykh uravnenii tipa Gammershteina dlya kontaktnykh zadach teorii uprugosti v sluchae neizvestnykh oblastei kontakta [The method of boundary equations of Hammerstein type for contact problems of elasticity theory in the case of unknown contact areas]. *PMM*. 1985, vol. 49, iss. 5, pp. 827-835.

УДК 514.76

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-33-40

ГЕОМЕТРИЯ СТРОГО ПСЕВДОКОСИМПЛЕКТИЧЕСКИХ МНОГООБРАЗИЙ

© 2019 г. А.Р. Рустанов¹, А.И. Юдин², Т.Л. Мелехина³

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия,

²Институт мировых цивилизаций, Москва, Россия,

³Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва, Россия

GEOMETRY OF STRICTLY PSEUDO-COSYMPLECTIC MANIFOLDS

A.R. Rustanov¹, A.I. Yudin², T.L. Melekhina³

¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia,

²Institute of World Civilizations, Moscow, Russia,

³Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia

Рустанов Алигаджи Рабаданович – кандидат физико-математических наук, кафедра прикладной математики, Институт фундаментального образования, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Ярославское шоссе, 26, г. Москва, 129337, Россия, e-mail: aligadzhi@yandex.ru

Aligadzhi R. Rustanov - Candidate of Physics and Mathematics, Department of Applied Mathematics, Institute of Fundamental Education, National Research Moscow State University of Civil Engineering, Yaroslavskoe Highway, 26, Moscow, 129337, Russia, e-mail: aligadzhi@yandex.ru.

Юдин Алексей Иванович – кандидат физико-математических наук, Институт мировых цивилизаций, Ленинский пр., 1/2, корп. 1, г. Москва, 119049, Россия, e-mail: yudindad@gmail.com.

Aleksey I. Yudin - Candidate of Physics and Mathematics, Institute of World Civilizations, Leninsky Ave., 1/2, bld. 1, Moscow, 119049, Russia, e-mail: yudindad@gmail.com

Мелехина Татьяна Леонидовна – кандидат физико-математических наук, доцент, департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, Финансовый университет при Правительстве РФ, пр. Ленинградский, 49, г. Москва, 125167, Россия, e-mail: TMelekhina@fa.ru

Tatyana L. Melekhina - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Data Analysis, Decision Making and Financial Technologies, Financial University under the Government of the Russian Federation, Leningradsky Ave., 49, Moscow, 125167, Russia, e-mail: TMelekhina@fa.ru

Рассматриваются почти контактные метрические многообразия класса S_9 в классификации Чинья и Гонзалеза, являющиеся обобщением косимплектических многообразий. На пространстве присоединенной G -структуры получена полная группа структурных уравнений многообразий класса S_9 ; вычислены компоненты тензоров Римана – Кристоффеля и Риччи; подсчитаны компоненты ковариантного дифференциала структурного эндоморфизма структуры класса S_9 . Получены условия, при которых S_9 -структура является косимплектической. Исследованы S_9 -многообразия постоянной кривизны. Доказано, что $SPCs$ -многообразие размерности больше 3 является многообразием нулевой постоянной кривизны и локально эквивалентно произведению вещественной прямой на комплексное евклидово пространство $\mathbb{C}^n$, снабженное стандартной эрмитовой метрикой, размерности 3 – многообразие неположительной кривизны. Установлено, что полное $SPCs$ -многообразие Эйнштейна является либо риччи-плоским косимплектическим многообразием, а значит, голоморфно изометрично накрывается произведением вещественной прямой на риччи-плоское келерово многообразие, либо компактно и имеет конечную фундаментальную группу. Подсчитаны скаляры a и b η -Эйнштейнового $SPCs$ -многообразия. Вводится структурный тензор первого рода, исследованы свойства введенного тензора $SPCs$ -многообразия. На пространстве присоединенной G -структуры подсчитаны компоненты ковариантной производной структурного тензора первого рода. Выделены два класса $SPCs$ -многообразий. Изучено локальное строение первого класса $SPCs$ -многообразия.

Ключевые слова: келерово многообразие, почти контактные метрические многообразия, косимплектические многообразия, тензор Римана – Кристоффеля, тензор Риччи, пространство постоянной кривизны.

In this paper, we consider almost contact metric manifolds of class C_9 in the China and Gonzalez classification, which are a generalization of cosymplectic manifolds. On the space of the adjoint G -structure: a complete group of structural equations of the varieties of class C_9 is obtained; the components of the Riemann-Christoffel and Ricci tensors are calculated; the components of the covariant differential of the structure endomorphism of the structure of the class C_9 are calculated. Conditions are obtained when the C_9 -structure is cosymplectic. C_9 -manifolds of constant curvature are investigated. It is proved that an SPCs-manifold of dimension greater than 3 is a manifold of zero constant curvature and is locally equivalent to the product of the real line and the complex Euclidean space C^n equipped with the standard Hermitian metric. And in dimension 3, it is a manifold of nonpositive curvature. It is proved that the full Einstein SPCs-manifold is either a Ricci-flat cosymplectic manifold, which means that it is holomorphically isometrically covered by the product of the real line and the Ricci-flat Kähler manifold, or is compact and has a finite fundamental group. The scalars of a and b η -Einstein SPCs-manifolds are calculated. A first-kind structural tensor is introduced, the properties of the introduced SPCs-manifold tensor are studied, and the components of the covariant derivative of the first-order structural tensor are calculated on the space of the adjoint G -structure. Two classes of SPCs-manifolds are distinguished and the local structure of the first class of SPCs-manifolds is studied.

Keywords: Kähler manifold, almost contact metric manifolds, cosymplectic manifolds, Riemann-Christoffel tensor, Ricci tensor, space of constant curvature.

1. Введение

Рассматриваются почти контактные метрические многообразия класса C_9 в классификации Чинья и Гонзалеза. В работе [1] выделены 12 классов почти контактных метрических многообразий. Приведены тождества, их характеризующие, в терминах ковариантной производной фундаментальной 2-формы этих многообразий. Там же рассмотрены некоторые примеры данного класса многообразий. Интерес к этому классу многообразий объясняется тем, что он является естественным обобщением класса косимплектических многообразий. К сожалению, этот класс многообразий практически не изучался геометрами. Его частичное исследование приведено в диссертации Р.Р. Валеева [2]. Поскольку не все работы Р.Р. Валеева отражены в широкой печати, все его результаты, используемые в данной работе, приведены с доказательствами и соответствующими ссылками.

Работа структурирована следующим образом. В пункте 2 приводятся предварительные сведения о почти контактных метрических многообразиях. Для почти контактного метрического многообразия M^{2n+1} строится специализированный репер (A -репер), определяющий подрасслоение главного расслоения реперов со структурной группой $\{e\} \times U(n)$. Эта конструкция называется пространством присоединенной G -структуры. Записана первая группа структурных уравнений почти контактной метрической структуры на пространстве присоединенной G -структуры. Вводятся структурные тензоры и классификация Кириченко почти контактных метрических структур.

В пункте 3 дается определение C_9 -многообразия и записывается полная группа структурных уравнений. В пункте 4 подсчитываются компоненты тензо-

ров Римана – Кристоффеля и Риччи на пространстве присоединенной G -структуры и скалярные кривизны. Здесь же получена классификация SPCs-многообразий постоянной кривизны и риччи-плоских SPCs-многообразий, исследованы эйнштейновы и η -эйнштейновы SPCs-многообразия, приведены аналитическое выражение и свойства первого структурного тензора. В пятом пункте выделены два класса SPCs-многообразий и получена локальная характеристика первого класса.

2. Предварительные сведения

Пусть M – гладкое многообразие размерности $2n + 1$; $\mathcal{X}(M)$ – C^∞ -модуль гладких векторных полей на многообразии M . В дальнейшем все многообразия, тензорные поля и т.п. объекты предполагаются гладкими класса C^∞ .

Определение 1 [3, 4]. Почти контактной структурой на многообразии M называется тройка (η, ξ, Φ) тензорных полей на этом многообразии, где η – дифференциальная 1-форма – контактная форма структуры; ξ – векторное поле – характеристическое; Φ – эндоморфизм модуля $\mathcal{X}(M)$ – структурный эндоморфизм. При этом $\eta(\xi) = 1$; $\eta \circ \Phi = 0$; $\Phi(\xi) = 0$; $\Phi^2 = -id + \eta \otimes \xi$.

Если, кроме того, на M фиксирована риманова структура $g = \langle \cdot, \cdot \rangle$ такая, что $\langle \Phi X, \Phi Y \rangle = \langle X, Y \rangle - \eta(X)\eta(Y)$, $X, Y \in \mathcal{X}(M)$, то четверка $(\eta, \xi, \Phi, g = \langle \cdot, \cdot \rangle)$ называется почти контактной метрической (короче, AC-) структурой. Многообразие, на котором фиксирована почти контактная (метрическая) структура, называется почти контактным (метрическим (короче, AC-)) многообразием.

Кососимметричный тензор $\Omega(X, Y) = \langle X, \Phi Y \rangle$, $X, Y \in \mathcal{X}(M)$ называется фундаментальной формой AC-структуры [3].

Пусть (η, ξ, Φ, g) – почти контактная метрическая структура на многообразии M^{2n+1} . В модуле $\mathcal{X}(M)$ внутренним образом определены два взаимно дополнительных проектора $m = \eta \otimes \xi$ и $\ell = id - m = -\Phi^2$ [3, 5]. Таким образом, $\mathcal{X}(M) = \mathcal{L} \oplus \mathcal{M}$, где $\mathcal{L} = Im(\Phi) = ker \eta$ – так называемое контактное распределение; $dim \mathcal{L} = 2n$; $\mathcal{M} = Im m = ker(\Phi) = L(\xi)$ – линейная оболочка структурного вектора (причем ℓ и m являются проекторами на подмодули $\mathcal{L}, \mathcal{M}$ соответственно). Очевидно, распределения $\mathcal{L}$ и $\mathcal{M}$ инвариантны относительно Φ и взаимно ортогональны; $\tilde{\Phi}^2 = -id, \langle \tilde{\Phi}X, \tilde{\Phi}Y \rangle = \langle X, Y \rangle, X, Y \in \mathcal{X}(M)$, где $\tilde{\Phi} = \Phi|_{\mathcal{L}}$. Следовательно, $\{\tilde{\Phi}_p, g_p|_{\mathcal{L}}\}$ – эрмитова структура на пространстве $\mathcal{L}_p$.

Комплексификация $\mathcal{X}(M)^{\mathbb{C}}$ модуля $\mathcal{X}(M)$ распадается в прямую сумму $\mathcal{X}(M)^{\mathbb{C}} = D_{\Phi}^{\sqrt{-1}} \oplus D_{\Phi}^{-1} \oplus D_{\Phi}^0$ собственных подпространств структурного эндоморфизма Φ , отвечающих собственным значениям $\sqrt{-1}, -\sqrt{-1}, 0$. Проекторами на слагаемые этой прямой суммы будут, соответственно, эндоморфизмы [5]: $\pi = \sigma \circ \ell = -\frac{1}{2}(\Phi^2 + \sqrt{-1}\Phi), \bar{\pi} = \bar{\sigma} \circ \ell = \frac{1}{2}(-\Phi^2 + \sqrt{-1}\Phi), m = id + \Phi^2$, где $\sigma = \frac{1}{2}(id - \sqrt{-1}\Phi, \bar{\sigma} = \frac{1}{2}(id + \sqrt{-1}\Phi)$.

Отображения $\sigma_p: \mathcal{L}_p \rightarrow D_{\Phi}^{\sqrt{-1}}$ и $\bar{\sigma}_p: \mathcal{L}_p \rightarrow D_{\Phi}^{-\sqrt{-1}}$ являются изоморфизмом и антиизоморфизмом соответственно эрмитовых пространств. Поэтому к каждой точке $p \in M^{2n+1}$ можно присоединить семейство реперов пространства $T_p(M)^{\mathbb{C}}$ вида $(p, \varepsilon_0, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n, \varepsilon_{\bar{1}}, \dots, \varepsilon_{\bar{n}})$, где $\varepsilon_a = \sqrt{2}\sigma_p(e_a), \varepsilon_{\bar{a}} = \sqrt{2}\bar{\sigma}_p(e_a), \varepsilon_0 = \xi_p$, где $\{e_a\}$ – ортонормированный базис эрмитова пространства $\mathcal{L}_p$. Такой репер называется A -репером [3, 5]. Легко видеть, что матрицы компонент тензоров Φ_p и g_p в A -репере имеют вид

$$(\Phi_j^i) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{-1}I_n & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{-1}I_n \end{pmatrix}, (g_{ij}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_n \\ 0 & I_n & 0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где I_n – единичная матрица порядка n . Хорошо известно [3, 5], что совокупность таких реперов определяет G -структуру на M со структурной группой $\{1\} \times U(n)$, представленной матрицами вида $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & A \end{pmatrix}$, где $A \in U(n)$. Эта G -структура называется присоединенной [3, 5].

Пусть $(M^{2n+1}, \Phi, \xi, \eta, g = \langle \cdot, \cdot \rangle)$ – почти контактное метрическое многообразие. Условимся, что на протяжении всей работы, если не оговорено против-

ное, индексы $i, j, k, l, \dots$ пробегают значения от 1 до $2n$; $a, b, c, d, \dots$ – от 1 до n ; положим $\hat{a} = a + n, \hat{\hat{a}} = a, \hat{0} = 0$. Пусть (U, φ) – локальная карта на многообразии M . Согласно основной теореме тензорного анализа, задание структурного эндоморфизма Φ и римановой структуры $g = \langle \cdot, \cdot \rangle$ на многообразии M индуцирует задание на тотальном пространстве BM расслоения реперов над M системы функций $\{\Phi_j^i\}, \{g_{ij}\}$, удовлетворяющих в координатной окрестности $W = \pi^{-1}(U) \subset BM$ системе дифференциальных уравнений вида

$$d\Phi_j^i + \Phi_j^k \theta_k^i - \Phi_k^i \theta_j^k = \Phi_{j,k}^i \omega^k, \\ dg_{ij} - g_{kj} \theta_i^k - g_{ik} \theta_j^k = g_{ij,k} \omega^k, \quad (2)$$

где $\{\omega^i\}, \{\theta_j^i\}$ – компоненты форм смещения и римановой связности ∇ соответственно; $\Phi_{j,k}^i, g_{ij,k}$ – компоненты ковариантного дифференциала тензоров Φ и g в этой связности. Более того, в силу определения римановой связности $\nabla g = 0$. Следовательно,

$$g_{ij,k} = 0. \quad (3)$$

С учетом (1) и (3) соотношения (2) на пространстве присоединенной G -структуры запишутся в виде [3, 5]

$$\Phi_{b,k}^a = 0, \Phi_{\hat{b},k}^{\hat{a}} = 0, \Phi_{0,k}^0 = 0, \\ \theta_b^a = \frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{b,k}^a \omega^k, \theta_{\hat{b}}^{\hat{a}} = -\frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{b,k}^{\hat{a}} \omega^k, \\ \theta_0^a = \sqrt{-1} \Phi_{0,k}^a \omega^k, \theta_0^{\hat{a}} = -\sqrt{-1} \Phi_{0,k}^{\hat{a}} \omega^k, \\ \theta_a^0 = -\sqrt{-1} \Phi_{a,k}^0 \omega^k, \theta_{\hat{a}}^0 = \sqrt{-1} \Phi_{\hat{a},k}^0 \omega^k, \\ \theta_j^i + \theta_j^{\hat{i}} = 0, \theta_0^0 = 0.$$

Кроме того, в силу вещественности соответствующих форм и тензоров $\bar{\omega}^i = \omega^i, \bar{\theta}_j^i = \theta_j^i, \bar{\nabla} \Phi_{j,k}^i = \nabla \Phi_{j,\bar{k}}^i$, где $t \rightarrow \bar{t}$ – оператор комплексного сопряжения.

С учетом полученных соотношений первая группа структурных уравнений римановой связности $d\omega^i = -\theta_j^i \wedge \omega^j$ на пространстве присоединенной G -структуры почти контактного метрического многообразия запишется в следующей форме, называемой первой группой структурных уравнений почти контактного метрического многообразия [3, 5]:

$$d\omega = C_{ab} \omega^a \wedge \omega^b + C^{ab} \omega_a \wedge \omega_b + \\ + C_a^b \omega^a \wedge \omega_b + C_a \omega \wedge \omega^a + C^a \omega \wedge \omega_a; \\ d\omega^a = -\theta_b^a \wedge \omega^b + B^{ab} \omega^c \wedge \omega_b + \\ + B^{abc} \omega_b \wedge \omega_c + B^{ab} \omega \wedge \omega_b + B^a_b \omega \wedge \omega^b; \\ d\omega_a = \theta_a^b \wedge \omega_b + B_{ab} \omega^c \wedge \omega_b + \\ + B_{abc} \omega^b \wedge \omega^c + B_{ab} \omega \wedge \omega^b + B_a^b \omega \wedge \omega_b,$$

где $\omega = \omega^0 = \pi^*(\eta)$; π – естественная проекция пространства присоединенной G -структуры на многообразие M ; $\omega_i = g_{ij} \omega^j$,

$$\begin{aligned} B^{ab}{}_c &= -\frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{\hat{b},c}^a, B_{ab}{}^c = \frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{\hat{b},\hat{c}}^{\hat{a}}, B^{abc} = \\ &= \frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{\hat{b},\hat{c}}^{\hat{a}}, \\ B_{abc} &= -\frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{\hat{b},\hat{c}}^{\hat{a}}, B^a{}_b = \sqrt{-1} \Phi_{0,b}^a, B_a{}^b = -\sqrt{-1} \Phi_{0,\hat{b}}^{\hat{a}}, \\ B^{ab} &= \sqrt{-1} \left(\Phi_{0,\hat{b}}^a - \frac{1}{2} \Phi_{\hat{b},0}^a \right), \\ B_{ab} &= -\sqrt{-1} \left(\Phi_{0,b}^{\hat{a}} - \frac{1}{2} \Phi_{b,0}^{\hat{a}} \right), \\ C^{ab} &= \sqrt{-1} \Phi_{[\hat{a},\hat{b}]}^0, C_{ab} = -\sqrt{-1} \Phi_{[a,b]}^0, \\ C_a{}^b &= -\sqrt{-1} (\Phi_{\hat{b},a}^0 + \Phi_{a,\hat{b}}^0), \\ C^a{}_b &= -\sqrt{-1} \Phi_{\hat{a},0}^0, C_a = \sqrt{-1} \Phi_{a,0}^0. \end{aligned}$$

Введем обозначения [5]:

$$C^{abc} = \frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{\hat{b},\hat{c}}^a; C_{abc} = -\frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{\hat{b},\hat{c}}^{\hat{a}};$$

$$F^{ab} = \sqrt{-1} \Phi_{\hat{a},\hat{b}}^0; F_{ab} = -\sqrt{-1} \Phi_{a,b}^0.$$

Рассмотрим следующие системы функций на пространстве присоединенной G -структуры [5]:

- 1) $B = \{B^{ij}{}_{jk}\}$; $B^a{}_{\hat{b}c} = B^{ab}{}_c$; $B^{\hat{a}}{}_{b\hat{c}} = B_{ab}{}^c$; все прочие компоненты семейства B – нулевые;
- 2) $C = \{C^{ijk}\}$; $C^a{}_{\hat{b}\hat{c}} = C^{abc}$; $C^{\hat{a}}{}_{bc} = C_{abc}$; все прочие компоненты семейства C – нулевые;
- 3) $D = \{D^i{}_j\}$; $D^a{}_{\hat{b}} = B^{ab}$; $D^{\hat{a}}{}_b = B_{ab}$; все прочие компоненты семейства D – нулевые;
- 4) $E = \{E^i{}_j\}$; $E^a{}_b = B^a{}_b$; $E^{\hat{a}}{}_{\hat{b}} = B_a{}^b$; все прочие компоненты семейства E – нулевые;
- 5) $F = \{F^i{}_j\}$; $F^a{}_{\hat{b}} = F^{ab}$; $F^{\hat{a}}{}_b = F_{ab}$; все прочие компоненты семейства F – нулевые;
- 6) $G = \{G^i{}_j\}$; $G^a = C^a$; $G^{\hat{a}} = C_a$; все прочие компоненты семейства G – нулевые.

Эти системы функций определяют тензоры соответствующих типов на многообразии M , которые называются первым, вторым, ..., шестым структурными тензорами AC -структуры [5]. Структурные тензоры AC -структуры обладают следующими свойствами [5]:

- 1) $\Phi \circ B(X, Y) = -B(\Phi X, Y) = B(X, \Phi Y)$;
- 2) $\langle\langle B(X, Y), Z \rangle\rangle + \langle\langle Y, B(X, Z) \rangle\rangle = 0$;
- 3) $\Phi \circ C(X, Y) = -C(\Phi X, Y) = -C(X, \Phi Y)$;
- 4) $\langle\langle C(X, Y), Z \rangle\rangle + \langle\langle Y, C(X, Z) \rangle\rangle = 0$;
- 5) $\Phi \circ D = -D \circ \Phi$;
- 6) $\Phi \circ E = E \circ \Phi$;
- 7) $\Phi \circ F = -F \circ \Phi$;
- 8) $G \in \mathcal{L}(X, Y, Z \in \mathcal{X}(M))$.

Рассмотрим линейные пространства $\mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}$ тензоров на $\mathcal{L}$, обладающих свойствами (4) [5]. Эти тензоры $\mathcal{C}$ -линейны либо $\mathcal{C}$ -антилинейны по соответствующим аргументам, а соответствующие им $\mathbf{R}$ -линейные пространства имеют естественную структуру $\mathcal{C}$ -линейного пространства. Рассмотрим

прямую сумму $\mathcal{T} = \mathcal{B} \oplus \mathcal{C} \oplus \mathcal{D} \oplus \mathcal{E} \oplus \mathcal{F} \oplus \mathcal{L}$. Пространство $\mathcal{B}$ распадается в прямую сумму $\mathcal{B}_0 \oplus \mathcal{B}_1$ подпространств бесследных и примитивных тензоров, $\mathcal{C}$ – в прямую сумму $\mathcal{C}_0 \oplus \mathcal{C}_1$ подпространств квазисимметричных и абсолютно кососимметричных тензоров; $\mathcal{D}$ и $\mathcal{F}$ – в прямую сумму симметричных и кососимметричных тензоров: $\mathcal{D} = \mathcal{D}_0 \oplus \mathcal{D}_1$, $\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 \oplus \mathcal{F}_1$; подпространство $\mathcal{E}$ – в прямую сумму подпространств бесследных и скалярных эндоморфизмов модуля $\mathcal{L}$: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \oplus \mathcal{E}_1$. Таким образом, пространство $\mathcal{T}$ внутренним образом распадается в прямую сумму 11 подпространств: $\mathcal{T} = \mathcal{B}_0 \oplus \mathcal{B}_1 \oplus \mathcal{C}_0 \oplus \mathcal{C}_1 \oplus \mathcal{D}_0 \oplus \mathcal{D}_1 \oplus \mathcal{E}_0 \oplus \mathcal{E}_1 \oplus \mathcal{F}_0 \oplus \mathcal{F}_1 \oplus \mathcal{L} = \bigoplus_{k=1}^{11} \mathcal{T}_k$. Хорошо известно [5], что эти подпространства (в каждой точке многообразия) неприводимы относительно естественного действия группы $U(n)$ на $\mathcal{L}_m$ ($m \in M$), так что указанное разложение «максимально мелкое». Соответственно, внутренним образом определены $2^{11} = 2048$ различных классов AC -структур в зависимости от того, в какое из подпространств попадет набор структурных тензоров данной AC -структуры. В [5] предлагается обозначать эти классы символом $AC-N$, где N – десятичное число, в двоичной записи которого на k -м месте стоит нуль, если составляющая соответствующего структурного тензора, лежащая в подпространстве $\mathcal{T}_k$, равна нулю.

3. Строго псевдокосимплектические многообразия

Рассмотрим почти контактные метрические многообразия класса $\mathcal{C}_9$ в классификации Чинья и Гонзалеза [1]. Они характеризуются тождеством [1]: $\nabla_X(\Omega)(Y, Z) = \eta(Z)\nabla_Y(\eta)(\Phi X) - \eta(Y)\nabla_{\Phi X}(\eta)Z$; (5) $X, Y, Z \in \mathcal{X}(M)$.

Тождество (5) равносильно следующему: $\nabla_X(\Phi)Y = \eta(Y)\nabla_{\Phi X}\xi - \langle\Phi X, \nabla_Y\xi\rangle\xi$, (6) $X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Расписав (6) на пространстве присоединенной G -структуры, получим

Предложение 1. Компоненты ковариантного дифференциала структурного эндоморфизма AC -структуры класса $\mathcal{C}_9$ на пространстве присоединенной G -структуры удовлетворяют соотношениям:

$$\begin{aligned} \Phi_{\hat{b},c}^a &= \Phi_{\hat{b},\hat{c}}^a = 0; \Phi_{b,\hat{a}}^c = \Phi_{\hat{b},a}^c = 0; \Phi_{0,a}^b = \Phi_{0,\hat{b}}^{\hat{a}} = \\ &= 0; \Phi_{a,b}^0 = \Phi_{a,\hat{b}}^0; \Phi_{\hat{b},\hat{a}}^0 = \Phi_{\hat{a},\hat{b}}^0; \Phi_{\hat{a},0}^b = \Phi_{a,0}^{\hat{b}} = 0; \\ \Phi_{0,0}^a &= \Phi_{0,0}^{\hat{a}} = \Phi_{a,0}^0 = \Phi_{a,0}^{\hat{a}} = 0. \end{aligned}$$

Предложение 2. Пусть $S = (\Phi, \xi, \eta, g)$ – AC -структура на многообразии M . Тогда следующие утверждения равносильны:

1. S – AC -структура класса $\mathcal{C}_9$.
2. $B = C = D_1 = E = F_1 = G = 0$.
3. S – AC -68-структура.

При этом S – косимплектическая структура тогда и только тогда, когда $D_0 = F_0 = 0$.

Предложение 3. Первая группа структурных уравнений почти контактной метрической структуры класса C_9 на пространстве присоединенной G -структуры примет вид

$$d\omega = 0; \quad d\omega^a = -\theta_b^a \wedge \omega^b + F^{ab} \omega_b \wedge \omega; \\ d\omega_a = \theta_a^b \wedge \omega_b + F_{ab} \omega^b \wedge \omega, \quad (7)$$

где $F^{ab} = \sqrt{-1}\Phi_{\hat{a},\hat{b}}^0; F_{ab} = -\sqrt{-1}\Phi_{a,b}^0; F^{ba} = F^{ab};$
 $F_{ba} = F_{ab}; \overline{F^{ab}} = F_{ab}.$

Замечание. В [4] вводится почти контактная метрическая структура, названная строго псевдокосимплектической (короче $SPCs$ -) структурой и определенная как квазикосимплектическая, для которой имеют место условия: $d\eta = 0; \Phi \circ \nabla_X(\Phi)(\Phi Y) = 0; \forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$. Первая группа структурных уравнений AC -структуры класса C_9 совпадает с первой группой структурных уравнений $SPCs$ -структуры. Поэтому AC -структуру класса C_9 мы будем обозначать как $SPCs$ -структуру. Многообразие, снабженное $SPCs$ -структурой, будем называть $SPCs$ -многообразием.

Из (7) следует

Предложение 4. $SPCs$ -структура является косимплектической тогда и только тогда, когда на пространстве присоединенной G -структуры $F^{ab} = F_{ab} = 0$.

Применяем стандартную процедуру дифференциального продолжения первой группы структурных уравнений $SPCs$ -структуры.

Теорема 1. Полная группа структурных уравнений $SPCs$ -структуры имеет вид

$$d\omega = 0; \quad d\omega^a = -\theta_b^a \wedge \omega^b + F^{ab} \omega_b \wedge \omega; \\ d\omega_a = \theta_a^b \wedge \omega_b + F_{ab} \omega^b \wedge \omega; \quad d\theta_b^a + \theta_c^a \wedge \theta_b^c = \\ = A_{bc}^{ad} \omega^c \wedge \omega_d - F_{bc}^a \omega^c \wedge \omega + F^{ac} \omega_b \wedge \omega, \\ \text{где } A_{[bc]}^{ad} = A_{bc}^{[ad]} = 0.$$

При этом справедливы соотношения:

$$dF^{ab} + F^{cb} \theta_c^a + F^{ac} \theta_c^b = F^{abc} \omega_c + F^{ab} \omega^c + \\ + F^{ab0} \omega; \quad dF_{ab} - F_{cb} \theta_a^c - F_{ac} \theta_b^c = F_{abc} \omega^c + \\ + F_{ab}^c \omega_c + F_{ab0} \omega, \quad (8)$$

где $F^{a[bc]} = F_{a[bc]} = 0$.

4. Тензоры Римана – Кристоффеля и Риччи

Для тензорных компонент формы римановой связности имеем следующие соотношения на пространстве присоединенной G -структуры [3, 5]:

$$\theta_{\hat{b}}^a = \frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{\hat{b},k}^a \theta^k; \quad \theta_{\hat{b}}^{\hat{a}} = -\frac{\sqrt{-1}}{2} \Phi_{\hat{b},k}^{\hat{a}} \theta^k; \quad \theta_0^a = \\ = \sqrt{-1} \Phi_{0,k}^a \theta^k; \quad \theta_0^{\hat{a}} = -\sqrt{-1} \Phi_{0,k}^{\hat{a}} \theta^k; \quad \theta_a^0 = \\ = -\sqrt{-1} \Phi_{a,k}^0 \theta^k; \quad \theta_{\hat{a}}^0 = \sqrt{-1} \Phi_{\hat{a},k}^0 \theta^k; \quad \theta_0^0 = 0; \quad \theta_i^j + \\ + \theta_j^i = 0. \quad (9)$$

С учетом предложений 1 и 3 соотношения (9) для $SPCs$ -многообразий примут вид

$$\theta_{\hat{b}}^a = 0; \quad \theta_{\hat{b}}^{\hat{a}} = 0; \quad \theta_0^a = -F^{ab} \omega_b; \quad \theta_0^{\hat{a}} = \\ = -F_{ab} \omega^b; \quad \theta_a^0 = F_{ab} \omega^b; \quad \theta_{\hat{a}}^0 = F^{ab} \omega_b. \quad (10)$$

Продифференцировав внешним образом (10) с учетом теоремы 1, получим

$$d\theta_{\hat{b}}^a = 0; \quad d\theta_{\hat{b}}^{\hat{a}} = 0; \quad d\theta_0^a = F^{cb} \theta_c^a \wedge \omega_b - \\ - F^{ac} \omega_b \wedge \omega_c + F^{ab0} \omega_b \wedge \omega - F^{ac} F_{cb} \omega^b \wedge \omega; \\ d\theta_0^{\hat{a}} = -F_{cb} \theta_c^{\hat{a}} \wedge \omega^b + F_{ab}^c \omega^b \wedge \omega_c + F_{ab0} \omega^b \wedge \omega - \\ - F_{ac} F^{cb} \omega_b \wedge \omega; \quad d\theta_a^0 = F_{cb} \theta_a^c \wedge \omega^b - F_{ab}^c \omega^b \wedge \omega_c - \\ - F_{ab0} \omega^b \wedge \omega + F_{ac} F^{cb} \omega_b \wedge \omega; \quad d\theta_{\hat{a}}^0 = -F^{cb} \theta_c^{\hat{a}} \wedge \omega_b + \\ + F^{ac} \omega_b \wedge \omega_c - F^{ab0} \omega_b \wedge \omega + F^{ac} F_{cb} \omega^b \wedge \omega. \quad (11)$$

Рассмотрим вторую группу структурных уравнений римановой связности [3, 5]:

$$d\theta_j^i = -\theta_k^i \wedge \theta_j^k + \frac{1}{2} R_{jkl}^i \theta^k \wedge \theta^l, \quad (12)$$

где $\{R_{jkl}^i\} \in C^\infty(BM)$ – компоненты тензора Римана – Кристоффеля.

Расписывая (12) на пространстве присоединенной G -структуры, учитывая (11) и (12), для компонент тензора Римана – Кристоффеля получим

$$R_{a\hat{b}0}^0 = F_{ac} F^{cb}; \quad R_{a\hat{b}0}^0 = -F_{ab0}; \quad R_{\hat{a}\hat{b}0}^0 = -F^{ab0}; \\ R_{ab\hat{c}}^0 = -F_{ab}^c; \quad R_{\hat{a}b\hat{c}}^0 = F^{ac} \omega_b; \quad R_{bc\hat{d}}^a = A_{bc}^{ad} + F^{ad} F_{bc}; \\ R_{\hat{b}\hat{c}\hat{d}}^a = -2F^{a[c} F^{b]d]; \quad R_{bcd}^a = -2F_{a[c} F_{b]d]. \quad (13)$$

Присоединим соотношения, полученные с учетом свойств тензора Римана – Кристоффеля. Остальные компоненты – нулевые.

Пусть M – $SPCs$ -многообразие постоянной кривизны k . Тогда его тензор римановой кривизны удовлетворяет условию [5]:

$$R(X, Y)Z = k(X\langle Y, Z \rangle - Y\langle X, Z \rangle); \quad X, Y, Z \in \mathcal{X}(M). \quad (14)$$

Равенство (14) на пространстве расслоения реперов можно записать в виде

$$R_{ijkl} = k(g_{ik}g_{jl} - g_{jk}g_{il}). \quad (15)$$

На пространстве присоединенной G -структуры соотношения (15) равносильны следующим равенствам:

$$R_{0a0\hat{b}} = k\delta_a^{\hat{b}}; \quad R_{ab\hat{c}\hat{d}} = k(\delta_a^c \delta_b^{\hat{d}} - \delta_a^{\hat{d}} \delta_b^c); \\ R_{a\hat{b}c\hat{d}} = -k\delta_a^{\hat{d}} \delta_c^b; \quad R_{abcd} = 0. \quad (16)$$

Так как $0 = R_{ab\hat{c}\hat{d}} = k(\delta_a^c \delta_b^{\hat{d}} - \delta_a^{\hat{d}} \delta_b^c)$, то свернув это равенство сначала по индексам a и c , затем по $-b$ и d , получим $k(n-1)n = 0$. То есть либо $k = 0$, либо $n = 1$, т.е. $\dim M = 3$. Поскольку $-F_{ac} F^{cb} = R_{0a0\hat{b}} = k\delta_a^{\hat{b}}$, то, свернув это равенство по индексам a и b , получим $k = -\frac{1}{n} \sum_{a,b} |F_{ab}|^2 \leq 0$. Равенство имеет место тогда и только тогда, когда многообразие является косимплектическим.

Таким образом, доказана

Теорема 2. Пусть M – $SPCs$ -многообразие постоянной кривизны k . Тогда в размерности 3 кривизна $k \leq 0$, больше $3 - k = 0$, т.е. многообразие является косимплектическим.

Пусть M – $SPCs$ -многообразие размерности больше 3 является многообразием постоянной кривизны k . Тогда, согласно изложенному выше, $k = 0$ и $F_{ac} = F^{cb} = 0$. Из (13) и (16) следует $A_{bc}^{ad} + F^{ad}F_{bc} = -k\delta_a^d\delta_c^b$, т.е. $A_{bc}^{ad} = 0$. Как известно [5], косимплектическое многообразие локально эквивалентно произведению келерова многообразия на вещественную прямую. В силу условия $A_{bc}^{ad} = 0$ келерова составляющая голоморфно изометрична комплексному евклидову пространству $\mathbb{C}^n$, снабженному стандартной эрмитовой метрикой $\langle \cdot, \cdot \rangle = ds^2$, в каноническом атласе задаваемой соотношением $ds^2 = \sum_{a=1}^n dz^a d\bar{z}^a$ [6, 7].

Таким образом, доказана

Теорема 3. $SPCs$ -многообразие размерности больше 3 является многообразием нулевой постоянной кривизны и голоморфно изометрично произведению вещественной прямой на комплексное евклидово пространство $\mathbb{C}^n$, снабженное стандартной эрмитовой метрикой $\langle \cdot, \cdot \rangle = ds^2$, в каноническом атласе задаваемой соотношением $ds^2 = \sum_{a=1}^n dz^a d\bar{z}^a$.

Ковариантные компоненты тензора Риччи на пространстве присоединенной G -структуры вычисляются по формуле $S_{ij} = -R_{ijk}^k$ [3, 5], которая на пространстве присоединенной G -структуры $SPCs$ -многообразия, в силу (13), принимает вид

$$S_{00} = -2F_{ab}F^{ba}; S_{0a} = S_{a0} = -F_{ba}^b; S_{0\hat{a}} = S_{\hat{a}0} = -F^{ba}{}_b; S_{ab} = F_{ab0}; S_{\hat{a}\hat{b}} = F^{ab}{}_0; S_{a\hat{b}} = S_{\hat{b}a} = A_{ac}^{bc}. \quad (17)$$

Скалярная кривизна $SPCs$ -многообразия на пространстве присоединенной G -структуры вычисляется по формуле

$$\chi = g^{ij}S_{ij} = 2S_{a\hat{a}} = 2A_{ab}^{ab}. \quad (18)$$

Поскольку $S_{00} = S(\xi, \xi) = -2F_{ab}F^{ba} = -2 \times \sum_{a,b} F_{ab} \overline{F_{ab}} = -2 \sum_{a,b} |F_{ab}|^2 \leq 0$, равенство будет выполняться тогда и только тогда, когда $F_{ab} = 0$. Согласно предложению 4 справедлива

Теорема 4. Кривизна Риччи $SPCs$ -многообразия в направлении структурного вектора неположительна; она равна нулю тогда и только тогда, когда многообразие является косимплектическим.

Так как косимплектическое многообразие локально эквивалентно произведению келерова многообразия на вещественную прямую [5], то предыдущей теореме можно дать другую формулировку.

Теорема 5. Кривизна Риччи $SPCs$ -многообразия в направлении структурного вектора неположительна; она равна нулю тогда и только тогда, когда многообразие локально эквивалентно произведению келерова многообразия на вещественную прямую.

Следствие 1 [4]. Риччи-плоское $SPCs$ -многообразие локально эквивалентно произведению келерова многообразия на вещественную прямую.

Пусть $SPCs$ -многообразие является многообразием Эйнштейна, т.е. его тензор Риччи удовлетворяет условию $S = \varepsilon g$, где $\varepsilon = const$ называется космологической постоянной (в координатной форме $S_{ij} = \varepsilon g_{ij}$). Распишем условие эйнштейновости на пространстве присоединенной G -структуры: $S_{00} = \varepsilon g_{00} = \varepsilon$; $S_{0a} = \varepsilon g_{0a} = 0$; $S_{ab} = \varepsilon g_{ab} = 0$;
 $S_{a\hat{b}} = \varepsilon g_{a\hat{b}} = \varepsilon \delta_a^b$, т.е. с учетом (17) получим
 $-2F_{ab}F^{ba} = \varepsilon g_{00} = \varepsilon$; $-F_{ba}^b = \varepsilon g_{0a} = 0$;
 $F_{ab0} = \varepsilon g_{ab} = 0$; $A_{ac}^{bc} = \varepsilon g_{a\hat{b}} = \varepsilon \delta_a^b$.

Учтем, что $\varepsilon = -2F_{ab}F^{ba} = -2 \sum_{ab} |F_{ab}|^2 \leq 0$. Если $\varepsilon = 0$, то $\sum_{ab} |F_{ab}|^2 = 0$. Следовательно, $F = 0$. Согласно предложению 4, многообразие является риччи-плоским косимплектическим, а значит, согласно [5], локально эквивалентно произведению риччи-плоского келерова многообразия на вещественную прямую. Свернем равенство $S_{a\hat{b}} = A_{ac}^{bc} = \varepsilon \delta_a^b$ по индексам a и b . Тогда $A_{ab}^{ab} = \varepsilon n$, $2\chi = \varepsilon n$, $\chi = \frac{n}{2}\varepsilon \leq 0$. Таким образом, справедлива

Теорема 6. $SPCs$ -многообразие Эйнштейна является многообразием неположительной скалярной кривизны.

В частности, если оно имеет ненулевую скалярную кривизну, т.е. если $\varepsilon < 0$, то по классической теореме Майерса [4] в случае полноты M оно компактно и имеет конечную фундаментальную группу.

Комбинируя вышеизложенное с теоремой 6, получим следующий результат.

Теорема 7. Полное $SPCs$ -многообразие Эйнштейна является либо риччи-плоским косимплектическим многообразием, а значит, голоморфно изометрично покрывается произведением вещественной прямой на риччи-плоское келерово многообразие, либо компактно и имеет конечную фундаментальную группу.

Пусть M является η -Эйнштейновым $SPCs$ -многообразием, т.е. его тензор Риччи S удовлетворяет условию $S = ag + b\eta \otimes \eta$ [8] (в координатной форме $S_{ij} = ag_{ij} + b\eta_i\eta_j$), которое на пространстве присоединенной G -структуры равносильно следующим равенствам:

$$S_{00} = -2F^{ab}F_{ba} = a + b; S_{0a} = -F_{ba}^b = 0; S_{ab} = F_{ab0} = 0; S_{a\hat{b}} = A_{ac}^{bc} = a\delta_a^b. \quad (19)$$

Свернув четвертое уравнение полученной системы по индексам a и b , получим $A_{ab}^{ab} = an$, т.е. $a = \frac{1}{n}A_{ab}^{ab}$. Тогда из первого равенства имеем $b = -a - 2F^{ab}F_{ba} = -\frac{1}{n}A_{ab}^{ab} - 2F^{ab}F_{ba}$.

Итак, доказана

Теорема 8. Для η -Эйнштейнового $SPCs$ -многообразия

$$\begin{cases} a = \frac{1}{n} A_{ab}^{ab}; \\ b = -\frac{1}{n} A_{ab}^{ab} - 2F_{ab} F^{ab}. \end{cases}$$

Как и в [5], введем в рассмотрение семейство функций на пространстве присоединенной G -структуры $F = \{F^i_j\}$; $F^a_b = F^{ab}$; $F^{\hat{a}}_b = F_{ab}$; все прочие компоненты семейства F – нулевые. Из (8) следует, что система функций $F = \{F^i_j\}$ на пространстве присоединенной G -структуры – глобально определенный тензор типа (2,0) на многообразии M . Назовем этот тензор структурным тензором первого рода. В силу условия $\overline{F^{ab}} = F_{ab}$ этот тензор является эрмитовым оператором в модуле $D_{\Phi}^{\sqrt{-1}}$ относительно стандартной эрмитовой метрики.

Поскольку ξ – тензор типа (0,1), его компоненты на пространстве расслоения реперов многообразия M удовлетворяют уравнениям $d\xi^i + \xi^j \theta_j^i = \xi_{,j}^i \omega^j$, где $\xi_{,j}^i$ – компоненты тензора $\mathcal{F} = \nabla \xi$. Расписывая эти соотношения на пространстве присоединенной G -структуры с учетом (9) и того обстоятельства, что на этом пространстве $\xi^a = 0, \xi^{\hat{a}} = 0, \xi^0 = 1$, получим, что $\xi_{,b}^{\hat{a}} = -F_{ab}$; $\xi_{,b}^{\hat{a}} = 0$; $\xi_{,0}^{\hat{a}} = 0$; $\xi_{,b}^a = -F^{ab}$; $\xi_{,b}^a = 0$; $\xi_{,0}^a = 0$. Таким образом, можно сформулировать

Предложение 5. На пространстве присоединенной G -структуры матрица оператора $\mathcal{F} = \nabla \xi$ имеет вид

$$(\mathcal{F}_j^i) \equiv (\xi_{,j}^i) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(F^{ab}) \\ 0 & -(F_{ab}) & 0 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Предложение 6. Оператор $\mathcal{F} = \nabla \xi$ обладает свойствами: 1) $\mathcal{F} \circ \Phi = \Phi \circ \mathcal{F}$; 2) $\langle \mathcal{F}(X), Y \rangle = \langle X, \mathcal{F}(Y) \rangle$; $\forall X, Y \in \mathcal{X}(M)$.

Компоненты оператора $\mathcal{F} = \nabla \xi$ на пространстве расслоения реперов многообразия M удовлетворяют уравнениям $d\mathcal{F}_j^i + \mathcal{F}_j^k \theta_k^i - \mathcal{F}_k^i \theta_j^k = \mathcal{F}_{j,k}^i \omega^k$. Расписывая эти соотношения на пространстве присоединенной G -структуры с учетом (7), (10) и (20), получим

Предложение 7. На пространстве присоединенной G -структуры тензор $\nabla \mathcal{F}$ имеет следующие ненулевые компоненты:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{a,b}^0 &= -F^{bc} F_{ca}; \quad \mathcal{F}_{\hat{a},b}^0 = -F^{ac} F_{cb}; \quad \mathcal{F}_{0,b}^a = -F^{ac} F_{cb}; \quad \mathcal{F}_{b,k}^a = 0; \quad \mathcal{F}_{b,\hat{c}}^a = -F^{abc}; \quad \mathcal{F}_{b,c}^a = -F^{ab}{}_c; \quad \mathcal{F}_{b,0}^a = -F^{ab0}; \quad \mathcal{F}_{0,b}^{\hat{a}} = -F^{bc} F_{ca}; \quad \mathcal{F}_{b,c}^{\hat{a}} = -F_{abc}; \quad \mathcal{F}_{b,\hat{c}}^{\hat{a}} = -F_{ab}{}^c; \quad \mathcal{F}_{b,0}^{\hat{a}} = -F_{ab0}; \quad \mathcal{F}_{b,k}^{\hat{a}} = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Остальные компоненты – нулевые.

Следствие 2. Пусть M – $SPCs$ -многообразие. $\nabla \mathcal{F} = 0$ тогда и только тогда, когда на пространстве присоединенной G -структуры: 1) $F^{bc} F_{ca} = 0$; 2) $F^{abc} = 0$; 3) $F^{ab}{}_c = 0$.

Следствие 3. Пусть M – $SPCs$ -многообразие. Если $\nabla \mathcal{F} = 0$, то многообразие является косимплектическим.

5. Классы $SPCs$ -многообразий

В работах [3, 5] введен класс AC -многообразий класса R_1 . Поступим аналогично, но несколько изменим обозначения.

Определение 2. $SPCs$ -многообразие назовем многообразием класса R_1 , если его тензор римановой кривизны удовлетворяет условию $R(\xi, \Phi^2 X)\xi = 0$; $\forall X \in \mathcal{X}(M)$.

Теорема 9. $SPCs$ -многообразие является многообразием класса R_1 тогда и только тогда, когда оно является косимплектическим.

Доказательство. Пусть M – $SPCs$ -многообразие класса R_1 . Тогда $R(\xi, \Phi^2 X)\xi = 0$. Это соотношение на пространстве присоединенной G -структуры примет вид $R_{00j}^i (\Phi^2)^j_k X^k = 0$, т.е. $R_{00b}^a X^b + R_{00\hat{b}}^a X^{\hat{b}} + R_{00b}^{\hat{a}} X^b + R_{00\hat{b}}^{\hat{a}} X^{\hat{b}} = 0$. Последнее равенство будет выполнено тогда и только тогда, когда $R_{00b}^a = 0$, $R_{00\hat{b}}^a = 0$, т.е. с учетом (13) $F_{ac} F^{cb} = 0$, $F_{ab0} = 0$. Свернув это равенство по индексам a и b , получим $\sum_{a,b} |F_{ab}|^2 = 0$, т.е. $F_{ab} = 0$. Согласно предложению 4, многообразие является косимплектическим, для которого имеет место тождество $R(\xi, \Phi^2 X)\xi = 0$; $\forall X \in \mathcal{X}(M)$, что и требовалось доказать.

С учетом сделанного выше замечания последнюю теорему можно сформулировать следующим образом:

Теорема 10. $SPCs$ -многообразие класса R_1 локально эквивалентно произведению келерова многообразия на вещественную прямую.

Определение 3. $SPCs$ -многообразие назовем многообразием класса R_2 , если его тензор римановой кривизны удовлетворяет условию $R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\xi = 0$; $\forall X \in \mathcal{X}(M)$.

Поскольку тензор римановой кривизны $SPCs$ -многообразия удовлетворяет тождеству $R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\xi = R(\Phi X, \Phi Y)\xi$; $\forall X \in \mathcal{X}(M)$, то предыдущее определение можно переформулировать следующим образом.

Определение 4. $SPCs$ -многообразие назовем многообразием класса R_2 , если его тензор римановой кривизны удовлетворяет условию $R(\Phi X, \Phi Y)\xi = 0$; $\forall X \in \mathcal{X}(M)$.

Пусть M является $SPCs$ -многообразием класса R_2 , тогда $R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\xi = 0$; $\forall X \in \mathcal{X}(M)$. Как и выше, расписав это соотношение на пространстве присоединенной G -структуры, можно показать, что это соотношение равносильно выполнению равенств $R_{0a\hat{b}}^c = R_{0a\hat{b}}^{\hat{c}} = 0$, которые с учетом (13) дают

$F^{ab}_c = 0$. И наоборот, выполнение условия $F^{ab}_c = 0$ влечет выполнение соотношений $R^c_{0ab} = R^c_{0ab} = 0$, следовательно, выполнение тождества $R(\Phi^2 X, \Phi^2 Y)\xi = 0$; $\forall X \in \mathcal{X}(M)$. Таким образом, доказана

Теорема 11. SPCs-многообразие является многообразием класса R_2 тогда и только тогда, когда на пространстве присоединенной G -структуры имеет место равенство $F^{ab}_c = 0$.

Авторы выражают благодарность рецензенту и редактору за сделанные замечания, которые только улучшили статью.

Литература

1. Chinea D., Gonzalez C. Classification of almost contact metric structures // *Annali di Matematica pura ed applicata (IV)*. 1990. Vol. CLVI. P. 15–36.
2. Валеев Р.Р. Геометрия квазикосимплектических многообразий: дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2004. 79 с.
3. Кириченко В.Ф., Рустанов А.Р. Дифференциальная геометрия квазисасакиевых многообразий // *Мат. сб.* 2002. Т. 193, № 8. С. 71–100.
4. Кириченко В.Ф. Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных многообразий // *Итоги науки и техники. Проблемы геометрии*. М.: ВИНТИ, 1986. Т. 18. С. 25–71.
5. Кириченко В.Ф. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях: 2-е изд. доп. Одесса: Печатный дом, 2013. 458 с.
6. Кириченко В.Ф. К-пространства постоянной голоморфной секционной кривизны // *Мат. заметки*. 1976. Т. 19, № 5. С. 805–814.
7. Watanabe Y., Takamatsu K. On a K-space of constant holomorphic sectional curvature // *Kōdai Math. Sem. Repts.* 1973. Vol. 25, No. 3. P. 297–306.

8. Blair D.E. Riemannian Geometry of Contact and Symplectic Manifolds // *Progress in Mathematics*. Vol. 203. Boston, MA: Birkhauser Boston Inc., 2002. 203 p.

References

1. Chinea D., Gonzalez C. Classification of almost contact metric structures. *Annali di Matematica pura ed applicata (IV)*. 1990, vol. CLVI, pp. 15-36.
2. Valeev R.R. *Geometriya kvazikosimplekticheskikh mnogoobrazii: dis. ... kand. fiz.-mat. nauk* [Geometry of quasisymplectic manifolds.]. Moscow, 2004, 79 p.
3. Kirichenko V.F., Rustanov A.R. Differentsial'naya geometriya kvazisasakievskikh mnogoobrazii [Differential geometry of quasi-Sasakian manifolds]. *Mat. sb.* 2002, vol. 193, No. 8, pp. 71-100.
4. Kirichenko V.F. Metody obobshchennoi ermitovoi geometrii v teorii pochti kontaktnykh mnogoobrazii [Methods of generalized Hermitian geometry in the theory of almost contact manifolds]. *Itogi nauki i tekhniki. Problemy geometrii*. Moscow: VINITI, 1986, vol. 18, pp. 25-71.
5. Kirichenko V.F. *Differentsial'no-geometricheskie struktury na mnogoobraziiakh* [Differential geometric structures on manifolds]. 2nd ed. Odessa: Pechatnyi dom, 2013, 458 p.
6. Kirichenko V.F. K-prostranstva postoyannoi golomorfnoi sektionnoi krivizny [K-spaces of constant holomorphic sectional curvature]. *Mat. zametki*. 1976, vol. 19, No. 5, pp. 805-814.
7. Watanabe Y., Takamatsu K. On a K-space of constant holomorphic sectional curvature. *Kōdai Math. Sem. Repts.* 1973, vol. 25, No. 3, pp. 297-306.
8. Blair D.E. Riemannian Geometry of Contact and Symplectic Manifolds. *Progress in Mathematics*. Boston, MA: Birkhauser Boston Inc., 2002, vol. 203, 203 p.

УДК 517.956

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-41-45

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССООБМЕНА ПРИ КОНВЕКТИВНОЙ СУШКЕ ЖЕЛЕЗОРУДНОГО СЫРЬЯ

© 2019 г. К.А. Чуев¹

¹Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT AND MASS TRANSFER DURING CONVECTIVE DRYING OF IRON ORE

К.А. Чуев¹

¹National Research Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russia

Чуев Константин Анатольевич – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель, кафедра прикладной математики, Институт фундаментального образования, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Ярославское шоссе, 26, г. Москва, 129337, Россия, e-mail: ChuevKA@mgsu.ru

Konstantin A. Chuev - Candidate of Physics and Mathematics, Senior Lecturer, Department of Applied Mathematics, Institute of Fundamental Education, National Research Moscow State University of Civil Engineering, Yaroslavl Highway, 26, Moscow, 129337, Russia, e-mail: ChuevKA@mgsu.ru

Предложена математическая модель диффузионно-фильтрационного тепло-влажностного переноса применительно к процессу конвективной сушки материалов для трех геометрий (неограниченная пластина, бесконечный цилиндр и шар) с граничными условиями третьего рода. Решение модели получено с использованием синтеза интегральных преобразований Лапласа, Фурье, Ханкеля и Лежандра. Предложенный метод позволяет рассчитывать кинетику потенциалов переноса при проведении тепло-массообменных процессов для капиллярно-пористых сред.

Ключевые слова: тепло-массоперенос, капиллярно-пористые среды, кинетика, потенциалы переноса, сушка, железорудный концентрат, интегральные преобразования, интегральные уравнения.

A mathematical model of diffusion-filtration heat and moisture transfer is proposed for the process of convective drying of materials for three geometries (unlimited plate, infinite cylinder and ball) with boundary conditions of the third kind. The solution of the model is obtained using the synthesis of integral transformations of Laplace, Fourier, Hankel and Legendre. The proposed method makes it possible to calculate the kinetics of transport potentials during heat and mass transfer processes for capillary-porous media.

Keywords: heat and mass transfer, capillary-porous media, kinetics, transfer potentials, drying, iron ore concentrate, integral transformations, integral equations.

Введение

Несмотря на широкое использование вычислительной техники для решения различных задач математической физики, интерес к алгоритмам и методам получения приближенных аналитических решений не ослабевает в силу возможности проведения анализа с физической точки зрения и получения инженерных методик. Математическое моделирование явлений переноса в капиллярно-пористых средах, к которым относятся многие материалы химической и строительной промышленности, имеет важное значение при модификации

существующих и разработке новых технологий, в частности в процессах сушки, увлажнения, пропитки и т.д. Процесс тепло-массопереноса является одной из актуальных задач теплофизики. На ее основе представляется возможность проводить совершенствование производственных технологий, находить оптимальные режимы управления и производства продукции.

Сушка влажных капиллярно-пористых тел является типичным нестационарным процессом, протекающим при наличии градиентов потенциалов переноса [1, 2]. Известные математические модели базируются в основном на диффузионно-фильтра-

ционных представлениях о влагопереносе, которые формализуются в виде сопряженной системы линейных дифференциальных уравнений в частных производных А.В. Лыкова с соответствующими сопряженными краевыми условиями, выражающими суперпозицию механизмов переноса потенциалов [3]. Анализ этой системы посвящены классические работы А.В. Лыкова, Ю.А. Михайлова и др. Однако в общем случае аналитического решения указанной задачи пока не получено, так как использование общепринятых методов решения приводило к необходимости введения дополнительных ограничений на размерность задачи, вид краевых условий и т.д. [4]. Существующие подходы к нахождению искомых потенциалов, как правило, сводятся к применению вычислительных методов, точность которых не всегда отвечает требованиям практики.

Постановка задачи

При математической формулировке явлений переноса в неподвижных капиллярно-пористых средах используют, как правило, три искомых потенциала: локальное влагосодержание, температуру и давление [3, 4]. Считаем, что геометрия тел обладает симметрией. Начальные условия задаются в виде постоянных значений потенциалов. На оси симметрии отсутствует перенос субстанции. На границе тел рассматривается дифференциальный баланс теплоты как суперпозиция механизмов переноса теплопроводностью, конвективного теплообмена с окружающей средой с учетом фазовых превращений, а также дифференциальный баланс массы как суперпозиция механизмов переноса диффузией, термодиффузией, бародиффузией и конвективным массообменом [5, 6]. В этом случае система принимает вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial Fo} &= k_{11}\nabla^2 U + k_{12}\nabla^2 T + k_{13}\nabla^2 P; \\ \frac{\partial T}{\partial Fo} &= k_{21}\nabla^2 U + k_{22}\nabla^2 T + k_{23}\nabla^2 P; \\ \frac{\partial P}{\partial Fo} &= k_{31}\nabla^2 U + k_{32}\nabla^2 T + k_{33}\nabla^2 P;\end{aligned}\quad (1)$$

$$U(X, 0) = T(X, 0) = P(X, 0) = 0; \\ \frac{\partial U(0, Fo)}{\partial X} = \frac{\partial T(0, Fo)}{\partial X} = \frac{\partial P(0, Fo)}{\partial X} = 0;$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial U(1, Fo)}{\partial X} + Bi_m \cdot [U(1, Fo) - 1] &= \\ = \frac{\partial T(1, Fo)}{\partial X} + Bi_q \cdot [T(1, Fo) - 1] &= \\ = \frac{\partial P(1, Fo)}{\partial X} + Bi_p [P(1, Fo) - 1] &= 0;\end{aligned}\quad (2)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\Gamma}{X} \cdot \frac{\partial}{\partial X}.$$

В (1), (2) Fo – безразмерный критерий Фурье; k_{ij} – постоянные коэффициенты переноса; Bi_m , Bi_q , Bi_p – массообменные, теплообменные и фильтрационные числа Био; Γ – постоянная формы, равная для неограниченной пластины нулю, бесконечного цилиндра – единице, двум – для шара; U , T , P – относительные влагосодержание, температура и давление [3].

Следует отметить, что при так называемой интенсивной сушке возникающий градиент давления, направленный внутрь материала, оказывает существенное влияние на перенос влаги в материале, поэтому в построенной модели давление учитывается, т.е. не понижается размерность системы, что не нарушает математической формализации. Уравнения модели и краевые условия приводятся к безразмерному виду, что облегчает математические преобразования, не нарушая теплофизического смысла коэффициентов в уравнениях модели [2].

Алгоритм решения

1. При $\Gamma=0$ последовательным применением одностороннего преобразования Лапласа [7] по переменной Fo и конечного косинус-преобразования Фурье по переменной X с характеристическим уравнением $\lambda_k \cdot \operatorname{tg} \lambda_k = 1/Bi_q$ система (1), (2) становится алгебраической относительно изображений потенциалов. После ее решения получен результат в векторной форме в пространстве оригиналов с неизвестными $U(1, Fo)$, $P(1, Fo)$:

$$\begin{aligned}\Phi(X, Fo) &= 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\lambda_k^2 + Bi_q^{-2}) \cdot \cos(\lambda_k X)}{(\lambda_k^2 + Bi_q^{-1} + Bi_q^{-2})} \times \\ &\times \left\{ \left[(Bi_q^{-1} - Bi_m^{-1}) \cdot \int_0^{Fo} \Phi_1(Fo - Y) \cdot U(1, Y) dY \right] \times \right. \\ &\times \cos \lambda_k + \frac{\sin \lambda_k}{\lambda_k} \cdot \Phi_2(Fo) + \\ &\left. + \left[(Bi_q^{-1} - Bi_p^{-1}) \cdot \int_0^{Fo} \Phi_3(Fo - Y) \cdot P(1, Y) dY \right] \cdot \cos \lambda_k \right\}, \quad (3)\end{aligned}$$

где $\Phi(X, Fo) = [U(X, Fo), T(X, Fo), P(X, Fo)]^T$;

$$\overline{\Phi}_1(Fo - Y) = [\varphi_{11}(Fo - Y), \varphi_{21}(Fo - Y), \varphi_{31}(Fo - Y)]^T,$$

$$\Phi_2(Fo) = [\varphi_{12}(Fo), \varphi_{22}(Fo), \varphi_{32}(Fo)]^T;$$

$$\varphi_{ij}(Fo - Y) = A_{ij} \exp[k_1(Fo - Y)] +$$

$$+ B_{ij} \exp[k_2(Fo - Y)] + C_{ij} \exp[k_3(Fo - Y)];$$

$i = 1, 3$; k_1, k_2, k_3 – корни уравнения:

$$s^3 + a\lambda_k^2 s^2 + b\lambda_k^4 s + c\lambda_k^6 = 0; \quad (4)$$

$A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, \dot{a}, b, \dot{n}$ – постоянные коэффициенты, зависящие от определяющих критериев задачи.

Если в (3) положить $X=1$, то получим систему интегральных уравнений [8] типа Вольтерра относительно $U(1, Fo), T(1, Fo), P(1, Fo)$. Вновь перейдем к изображениям по Лапласу. Решение при переходе к оригиналам с учетом свертки [9] имеет вид

$$\Phi(1, Fo) = L^{-1} \left[\frac{P_5(\lambda_k, s)}{Q_6(\lambda_k, s)} \right] = \sum_{i=1}^6 A_{ij}(\lambda_k) \cdot \exp(l_i Fo), \quad (5)$$

$j = 1, 3$,

где $P_5(\lambda_k, s) = [P_{5_1}(\lambda_k, s), P_{5_2}(\lambda_k, s), P_{5_3}(\lambda_k, s)]^T$;

$P_{5_j}(\lambda_k; s), Q_6(\lambda_k; s)$ – соответственно полиномы пятой и шестой степени s с коэффициентами, зависящими от λ_k ; l_i – корни уравнения $Q_6(\lambda_k, s) = 0$;

$A_{ij}(\lambda_k) = [A_{i1}(\lambda_k), A_{i2}(\lambda_k), A_{i3}(\lambda_k)]^T$ – вектор постоянных. С учетом (5) выражение (3) – решение системы (1), (2), причем верхний предел суммы заменяется на конечное число N для обеспечения заданной точности.

По физическому смыслу задачи все три корня уравнения (4) либо действительные отрицательные, либо один отрицательный и два комплексно-сопряженных с отрицательной действительной частью. Аналогичные рассуждения применимы и для корней l_i уравнения $Q_6(\lambda_k, s) = 0$. Тут возможны варианты: шесть действительных отрицательных корней с учетом кратности; четыре действительных отрицательных и два комплексно-сопряженных с отрицательной действительной частью и аналогичные вариации. Это и есть условия, налагаемые на спектр собственных значений системы (1) [9]. Такое ограничение обеспечивает корректное применение интегральных преобразований.

Характеристические числа $\{\lambda_k\}$ образуют монотонно убывающую последовательность, благодаря чему бесконечные ряды в формуле (3) сходятся достаточно быстро. Для плоской геометрии использовались первые 90 членов ряда.

2. При $\Gamma = 1$ для решения системы (1), (2) применено последовательно одностороннее преобразование Лапласа по Fo и конечное интегральное преобразование Ханкеля [10] по X с характеристическим уравнением $J_0(\mu_k) \cdot Bi_q = J_1(\mu_k) \cdot \mu_k$, где $J_0(\mu_k), J_1(\mu_k)$ – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка. Действуя аналогично предыдущему алгоритму, получим решение системы (1), (2):

$$\begin{aligned} \Phi(X, Fo) = & 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mu_k^2 \cdot J_0(\lambda_k X)}{(\mu_k^2 + Bi_q^{-2}) \cdot J_0^2} \times \\ & \times \left\{ \left[(Bi_q^{-1} - Bi_m^{-1}) \cdot \int_0^{Fo} \Phi_1(Fo - Y) \cdot U(1, Y) dY \right] \times \right. \\ & \times J_0(\mu_k) + \frac{J_1(\mu_k)}{\mu_k} \cdot \Phi_2(Fo) + \\ & \left. + \left[(Bi_q^{-1} - Bi_p^{-1}) \cdot \int_0^{Fo} \Phi_3(Fo - Y) \cdot P(1, Y) dY \right] \cdot J_0(\mu_k) \right\}. \end{aligned}$$

Используя для безразмерных критериев диапазоны изменения, полученные на основе анализа физико-химических свойств ряда капиллярно-пористых материалов, покажем, что корни характеристических уравнений в подавляющем своем большинстве удовлетворяют наложенным условиям физичности. Это означает, что система (1) может быть классифицирована как система уравнений в частных производных параболического типа по Хеллвигу [11].

3. При $\Gamma = 2$ получаем задачу (1), (2) для шара. После применения одностороннего преобразования Лапласа по временной переменной Fo применяем конечное преобразование Лежандра [10] по пространственной переменной X с характеристическим уравнением для температуры

$$\lambda_k / \operatorname{tg} \lambda_k = 1 - Bi_q^{-1}.$$

Ядро преобразования $K_{2k}(X) = \sqrt{4k+1} \cdot P_{2k}(X)$, где $P_{2k}(X)$ – многочлен Лежандра порядка $2k$ [9].

Система (1), (2) становится алгебраической относительно изображений потенциалов. После ее решения получен результат в векторной форме в пространстве оригиналов с неизвестными $U(1, Fo), P(1, Fo)$:

$$\begin{aligned} \Phi(X, Fo) = & 1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{4k+1} \cdot P_{2k}(\lambda_k X) \times \\ & \times \left\{ \left[(Bi_q^{-1} - Bi_m^{-1}) \cdot \int_0^{Fo} \Phi_1(Fo - Y) \cdot U(1, Y) dY \right] \times \right. \\ & \times P_2(\lambda_k) + \Phi_2(Fo) + \\ & \left. + \left[(Bi_q^{-1} - Bi_p^{-1}) \cdot \int_0^{Fo} \Phi_3(Fo - Y) \cdot P(1, Y) dY \right] \cdot P_1(\lambda_k) \right\}. \quad (6) \end{aligned}$$

Если в (6) положить $X=1$, то получим систему интегральных уравнений [8] типа Вольтерра относительно $U(1, Fo), T(1, Fo), P(1, Fo)$. Вновь перейдем к изображениям по Лапласу. Решение при переходе к оригиналам с учетом свертки [10] имеет вид

$$\Phi(1, Fo) = L^{-1} \left[\frac{P_5(\lambda_k, s)}{Q_6(\lambda_k, s)} \right] = \sum_{i=1}^6 A_{ij}(\lambda_k) \cdot \exp(l_i Fo); \quad (7)$$

$$j = 1, 3,$$

$$\text{где } P_5(\lambda_k, s) = [P_{5_1}(\lambda_k, s), P_{5_2}(\lambda_k, s), P_{5_3}(\lambda_k, s)]^T;$$

$P_{5_j}(\lambda_k; s)$, $Q_6(\lambda_k; s)$ – соответственно полиномы пятой и шестой степени s с коэффициентами, зависящими от λ_k ; l_i – корни уравнения $Q_6(\lambda_k, s) = 0$;

$A_{ij}(\lambda_k) = [A_{i1}(\lambda_k), A_{i2}(\lambda_k), A_{i3}(\lambda_k)]^T$ – вектор постоянных. С учетом (7) выражение (6) – решение системы (1), (2).

Пример. Рассматривается процесс конвективной сушки для плоской геометрии. Проверяется адекватность решения физическому смыслу. Задаются совокупность безразмерных критериев тепло-массопереноса [3]: $Lu = 0,652$ – критерий Лыкова; $Lu_p = 200$ – фильтрационный критерий Лыкова; $Pn = -4,6$ – критерий Поснова; $Pn_p = -300$ – фильтрационный критерий Поснова; $Fe = 0,368$ – критерий Федорова; $\varepsilon = 0,55$ – коэффициент, характеризующий отношение потока жидкости и пара при нестационарном влагопереносе в процессе; $Bi_p = 0,2$, $Bi_m = 2,5$. Постоянные коэффициенты переноса k_{ij} в системе (1) с учетом безразмерных критериев тепло-влагопереноса вычисляются по формулам [4]

$$k_{11} = Lu; \quad k_{12} = Lu \cdot Pn; \quad k_{13} = Lu \cdot Pn_p;$$

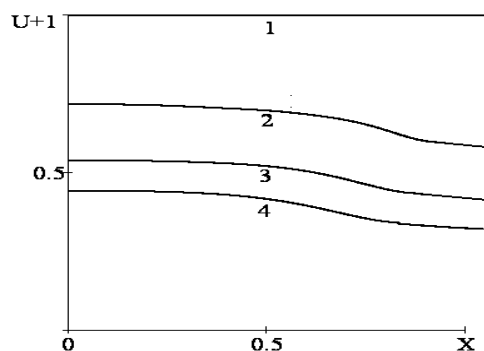
$$k_{21} = \frac{Fe \cdot Lu}{Pn}; \quad k_{22} = 1 + Fe \cdot Lu;$$

$$k_{23} = \frac{Fe \cdot Lu \cdot Pn_p}{Pn}; \quad k_{31} = \varepsilon \cdot Lu;$$

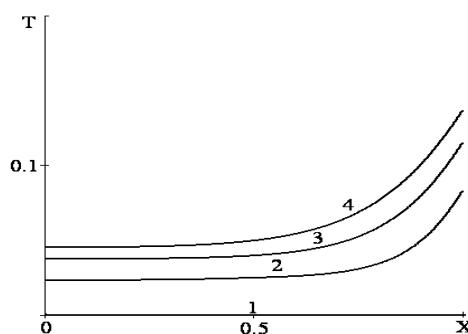
$$k_{32} = \varepsilon \cdot Lu \cdot Pn; \quad k_{33} = Lu_p + \varepsilon \cdot Lu \cdot Pn.$$

Характеристические числа $\{\lambda_k\}$ взяты из [3, таблица] при $Bi_q = 2$. Кубическое уравнение (4) при вышеуказанных критериях имеет три отрицательных действительных корня ($s_1 = -78,3\lambda_k^2$; $s_2 = -0,04\lambda_k^2$; $s_3 = -3,2\lambda_k^2$), что еще раз подтверждает, что система (1) параболического типа. Корни согласуются с законами линейной термодинамики применительно к процессу конвективной сушки в капиллярно-пористых телах. На рисунке в неограниченном плоском капиллярно-пористом теле при различных значениях Fo построены: а – относительное локальное влагосодержание; б – температура; в – давление. 1 – 0; 2 – 0,01; 3 – 0,02; 4 – 0,03.

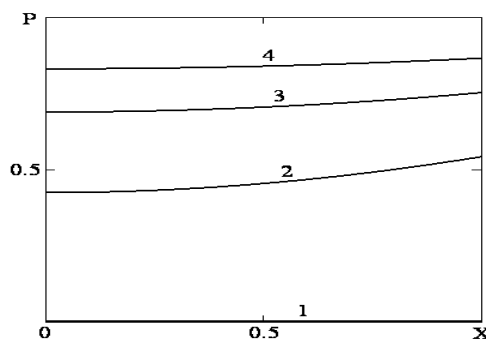
Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что нестационарные поля потенциалов находятся в рамках представлений о явлениях переноса в капиллярно-пористых средах.



а/а



б/б



в/в

Относительное локальное влагосодержание (а), температура (б) и давление (в) при различных значениях Fo
Relative local moisture content (a), temperature (b) and pressure (c) at different Fo values

Выводы

Полученные результаты представлены сходящимися рядами, удобными для практических расчетов. В суммах из-за быстрой сходимости можно ограничиться 8–10 членами. Предложенный метод позволяет избежать использования не вполне обос-

References

нованных численных технологий в смысле аппроксимации, устойчивости и сходимости. Учитывая влияние широкого спектра физико-химических факторов (переходных процессов и краевых эффектов) на конвективную сушку железорудного сырья (железорудных окатышей и горячебрикетированного железа), можно предложить методику расчета основных параметров сушки с целью оптимизации технологического процесса.

Литература

1. Лыков А.В. Тепломассообмен : справочник. М.: Энергия, 1978. 480 с.
2. Лыков А.В. Теория сушки. М.: Энергия, 1968. 472 с.
3. Лыков А.В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах. М.: Гостехиздат, 1954. 296 с.
4. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
5. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория переноса энергии и вещества. Минск: Изд-во АН БССР, 1959. 329 с.
6. Лыков А.В. О системах дифференциальных уравнений тепломассопереноса в капиллярно-пористых телах // ИФЖ. 1974. Т. 26, № 1. С. 19–25.
7. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. М.: Физматгиз, 1971. 288 с.
8. Петровский Н.Г. Лекции по интегральным уравнениям. М.: Наука, 1965. 246 с.
9. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 2001. 550 с.
10. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности: в 2 ч. М.: Высшая школа, 1982. Ч. 1. 327 с.
11. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров. М.: Мир, 1985. 384 с.

1. Lykov A.V. *Teplomassoobmen* [Heat and mass transfer]. Handbook. Moscow: Energiya, 1978, 480 p.
2. Lykov A.V. *Teoriya sushki* [Theory of drying]. Moscow: Energiya, 1968, 472 p.
3. Lykov A.V. *Yavleniya perenosa v kapillyarno-poristyykh telakh* [Transport phenomena in capillary-porous bodies]. Moscow: Gostekhizdat, 1954, 296 p.
4. Lykov A.V. *Teoriya teploprovodnosti* [Theory of thermal conductivity]. Moscow: Vysshaya shkola, 1967, 600 p.
5. Lykov A.V., Mikhailov Yu.A. *Teoriya perenosa energii i veshchestva* [Theory of energy transfer and matter]. Minsk: Izd-vo AN BSSR, 1959, 329 p.
6. Lykov A.V. О системах дифференциальных уравнений тепломассопереноса в капиллярно-пористых телах [On systems of differential equations of heat and mass transfer in capillary-porous bodies]. *IFZh*. 1974, vol. 26, No. 1, pp. 19-25.
7. Dech G. *Rukovodstvo k prakticheskomu primeneniyu preobrazovaniya Laplasa i z-preobrazovaniya* [Guide to the practical application of Laplace transform and z-transform]. Moscow: Fizmatgiz, 1971, 288 p.
8. Petrovskii N.G. *Lektsii po integral'nykh uravneniyam* [Lectures on integral equations]. Moscow: Nauka, 1965, 246 p.
9. Kartashov E.M. *Analiticheskie metody v teorii teploprovodnosti tverdykh tel* [Analytical methods in the theory of thermal conductivity of solids]. Moscow: Vysshaya shkola, 2001, 550 p.
10. Belyaev N.M., Ryadno A.A. *Metody teorii teploprovodnosti* [Methods of the theory of heat conduction]. In 2 ch. Moscow: Vysshaya shkola, 1982, ch. 1, 327 p.
11. Farlou S. *Uravneniya s chastnymi proizvodnymi dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov* [Partial differential equations for scientists and engineers]. Moscow: Mir, 1985, 384 p.

НАУКИ О ЗЕМЛЕ SCIENCES OF EARTH

УДК 551.509.22 (470.67)

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-46-55

АККУМУЛЯЦИЯ КАЛИЯ И КАЛЬЦИЯ РАСТИТЕЛЬНЫМИ АССОЦИАЦИЯМИ ПАСТБИЩНЫХ ФИТОЦЕНОЗОВ ТЕРСКО-КУМСКОЙ НИЗМЕННОСТИ

© 2019 г. Г.Н. Гасанов¹, Т.А. Асварова¹, К.М. Гаджиев¹, Р.Р. Баширов¹, А.С. Абдулаева¹, З.Н. Ахмедова¹,
Ш.К. Салихов¹, В.В. Семенова¹, Ж.О. Шайхалова¹

¹Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, Махачкала, Россия

ACCUMULATION OF POTASSIUM AND CALCIUM IN PLANT ASSOCIATIONS OF PASTURE PHYTOCENOSES OF TEREK-KUMA LOWLAND

G.N. Gasanov¹, T.A. Asvarova¹, K.M. Hajiyev¹, R.R. Bashirov¹, A.S. Abdulaeva¹, Z.N. Akhmedova¹,
Sh.K. Salikhov¹, V.V. Semenova¹, Zh.O. Shaykhalova¹

¹Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Makhachkala, Russia

Гасанов Гасан Никуевич – доктор сельскохозяйственных наук, профессор, заведующий лабораторией биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: nikuevich@mail.ru

Асварова Татьяна Азимовна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: tatavar@mail.ru

Гаджиев Камил Магомедович – кандидат сельскохозяйственных наук, научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: kamil555372@mail.ru

Баширов Рашид Радифович – кандидат сельскохозяйственных наук, младший научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: pakduik100@mail.ru

Абдулаева Айшат Саидмагомедовна – научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: aishat55@mail.ru

Ахмедова Заира Нажмутудиновна – научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: zairaahmedova45@gmail.com

Gasan N. Gasanov - Doctor of Agricultural Sciences, Professor, Head of the Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: nikuevich@mail.ru

Tatiana A. Asvarova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: tatavar@mail.ru

Kamil M. Hajiyev - Candidate of Agricultural Sciences, Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: kamil555372@mail.ru

Rashid R. Bashirov - Candidate of Agricultural Sciences, Junior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: pakduik100@mail.ru

Aishat S. Abdulaeva - Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: aishat55@mail.ru

Zaira N. Akhmedova - Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: zairaahmedova45@gmail.com

Салихов Шамиль Курамагомедович – научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: salichov72@mail.ru

Семенова Виктория Валентиновна – младший научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: semenova86@mail.ru

Шайхалова Жамилат Омаровна – младший научный сотрудник, лаборатория биогеохимии, Прикаспийский институт биологических ресурсов Дагестанского научного центра РАН, ул. Гаджиева, 45, г. Махачкала, РД, 367000, Россия, e-mail: shaich74@mail.ru

Shamil K. Salikhov - Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: salichov72@mail.ru

Victoria V. Semenova - Junior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: semenova86@mail.ru

Zhamilat O. Shaykhalova - Junior Researcher, Laboratory of Biogeochemistry, Precaspian Institute of Biological Resources, Dagestan Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Gadzhieva St., 45, Makhachkala, RD, 367000, Russia, e-mail: shaich74@mail.ru

Представлены результаты исследований современного состояния растительного покрова пастбищ Терско-Кумской низменности. К в укосной фитомассе растений колеблется в пределах от 2,48 до 3,2 %, Ca – от 0,37 до 2,1 %. Коэффициент биологического поглощения калия находится в пределах от 1,43 до 2,28 (различие в 1,5 раза), а кальция – от 0,2 до 1,5 (различие в 7,5 раза). Выявлено, что виды растений в достаточной степени обеспечены K и Ca, а соотношение K и Ca в них близко к оптимальному. Накопление K и Ca у видов *Salsola iberica* и *Artemisia lericheana*, *Artemisia taurica* в 2–3 раза выше, чем у других видов растений. Варьирование показателей накопления фитомассы, K и Ca в различных ассоциациях зависит от флористического состава, биологических особенностей растений и экологических факторов. K и Ca по отношению к семействам образуют следующий убывающий ряд: маревые ← сложноцветные ← злаковые ← гвоздичные ← крестоцветные.

Ключевые слова: K, Ca, растительные ассоциации, почва, виды растений, продуктивность, коэффициент биологического поглощения.

The article presents the results of studies of the current state of plant cover of pastures of the Terek-Kuma lowland. K in the mowing phytomass of plants ranges from 2.48 to 3.2 %, Ca from 0.37 to 2.1 %. The coefficient of biological absorption of potassium are in the range from 1.43 to 2.28 (1.5 times difference), and calcium from 0.2 to 1.5 (7.5 times difference). It was found that plant species are sufficiently provided with K and Ca, and the ratio of K and Ca in them is close to optimal. Accumulation of K and Ca in *Salsola iberica* and *Artemisia lericheana*, *Artemisia taurica* is 2-3 times higher than in other plant species. The variation in the accumulation of phytomass, K and Ca in different associations depends on the floristic composition, biological characteristics of plants and environmental factors. K and Ca in relation to the collections form the following descending series: *Chenopodiaceae* ← *Asteraceae* ← *Poaceae* ← *Caryophyllaceae* ← *Brassicaceae*

Keywords: K, Ca, plant associations, soil, plant species, productivity, coefficient of biological absorption.

В условиях антропогенной нагрузки на пастбища Терско-Кумской низменности отмечается неуклонное ухудшение их экологического состояния, изменяются интенсивность биологического круговорота, характер почвообразующих процессов и структура растительных сообществ. Биологическим индикатором современного состояния ландшафтов является растительный покров: степень проективного покрытия, видовой состав, жизненные формы, продуктивность и др.

Величина продуктивности фитоценозов зависит от типа почв, степени их засоления и содержания элементов минерального питания N, K, P, Ca. Содержание в почве элементов минерального питания и условия их доступности растениям в значительной степени отражаются на химическом составе биомассы фитоценозов и на их продукционных характери-

стиках. Эти показатели дают возможность определения зависимости урожайности и накопления K и Ca, а также влияния экологических факторов на продуктивность и видовой состав фитоценоза.

Имеется достаточно данных о накоплении K и Ca сельскохозяйственными растениями в различных регионах Юга России [1–3], однако число работ, посвященных определению количества этих элементов в пастбищных дикорастущих растениях, крайне невелико [4, 5].

Изучение видовых особенностей поглощения K, Ca является важным для прогнозирования поведения данных элементов в системе почва – растение.

Цель исследований – изучение аккумулирующей способности K и Ca растительными ассоциациями пастбищных фитоценозов Терско-Кумской низменности.

Методы исследований

Исследования проводили на Кочубейской биосферной станции (КБС) ПИБР ДНЦ РАН в течение 2011–2016 гг., на территории Терско-Кумской низменности, на 3 типах почв: светло-каштановой, лугово-каштановой и солончаке типичном автоморфном. Экспериментальные участки площадью 100 м² обнесены железной сеткой для предотвращения погрыв скотом (заповедный режим). Образцы отбирали укосным методом, путем скашивания травостоя, на площадках размером 0,25 м². К и Са в укусах растительных ассоциаций определяли с помощью системы капиллярного электрофореза «Капель-105М» (в режиме определения катионов и анионов) [6]. Латинские названия видов растений даны по С.К. Черепанову [7] и Р.А. Муртазалиеву [8].

Результаты исследований

Флора Терско-Кумской низменности охарактеризована как полупустынно-сухостепная с участием

мезофильно-луговых элементов. Согласно геоботаническому районированию [9], Терско-Кумская низменность относится к району распространения эфемерово-полынно-многолетнесолянковых, эфемерово-полынных, белополынных, эфемерово-петросимониево многолетнесолянковых ассоциаций. Территория КБС обусловлена в основном микрорельефом и определяет типичную черту растительности этих регионов – ее комплексность и мозаичность.

Флористический состав на экспериментальных участках представлен 42 видами, принадлежащими к семействам: Asteraceae – 4 вида, Chenopodiaceae – 8 видов, Poaceae – 16 видов; семейства Zygophyllaceae, Brassicaceae, Fabaceae, Lamiaceae – по 2 вида; семейства Cyperaceae, Polygonaceae, Caryophyllaceae, Ariaceae, Euphorbiaceae, Ranunculaceae – по одному виду. Наиболее стабильными растительными сообществами являются эфемероидно-лерхополынно-мятликовые, эфемерово-полынные, злаково-полынные и разнотравно-костровые фитоценозы (рис. 1–3).



Рис. 1. Эфемероидно-полынно-мятликовая ассоциация / Fig. 1. Ephemeroid-wormwood-bluegrass association



Рис. 2. Злаково-полынная ассоциация / Fig. 2. Cereal-wormwood association



Рис. 3. Разнотравно-солянковая ассоциация / Fig. 3. Forbs and saltwort association

Доминанты и содоминанты являются типичными ксерофитами и способны выдерживать достаточно большую амплитуду колебаний условий среды. К доминирующим видам растений на участках относятся полынь Лерха (*Artemisia lerceana* Web.ex Stechm.), полынь таврическая (*Artemisia taurica* Willd.), мятлик луковичный (*Poa bulbosa* L.), костер растопыренный (*Bromus squarrosus* L.), костер кровельный (*Anisantha tectorum* L.Nevski), житняк пустынный (*Agropyron desertorum* Fisch. ex Lin Schult.), полевица малая (*Eragrostic minor* Host), мортук пшеничный (*Eremopyrom triticeum* (Gaerth) Nevski.), мортук восточный (*Eremopyrom orientale* (L.) (Jaub. et Spach), бурачек пустынный (*Alyssum desertorum* Stapf.), курай-солянка иберийская (*Salsola iberica* Sennenet Pai), солянка южная (*Salsola australis* R.Br.), дурнишник колючий (*Xanthium spinosum* L.), грыжник седой (*Herniaria incana* L.), смолевка коническая (*Silene conica* L.), рогац песчаный (*Ceratocarpus arenarius* L.).

Сведения о биологической продуктивности естественных кормовых угодий Терско-Кумской низменности содержатся в работах С.И. Виноградова (1927), Е.В. Шифферс, Р.В. Суховерко (1960), Л.Н. Чиликиной (1960), Н.А. Ярулиной (1983), З.Г. Залибекова (2000), Р.Р. Джаповой (2007), Р.А. Муртазалиева (2009), Г.Н. Гасанова (2014) и др. [1, 2, 8–12]. Данные исследований [1, 4, 9] показали, что за последние 50 лет продуктивность кормовых угодий Терско-Кумской низменности снизилась с 5–7 до 2,0 ц/га, а на отдельных участках – даже до 0,5 ц/га. В результате перегрузки из травостоя стали выпадать ценные кормовые растения: овсяница, житняк, прутняк и др.

Установлено, что наибольшую продуктивность фитоценозов обеспечивает светло-каштановая почва. На лугово-каштановой почве продуктивность

снижается в 2,2 раза, на солончаке типичном автоморфном – в 2,6 [13].

Формирование фитомассы и ее видового состава на Терско-Кумской низменности происходит под действием различных экологических факторов, основными из которых являются осадки и температура воздуха, относительная влажность, испаряемость, а также динамика солеобразующих ионов в почвах.

Между урожайностью надземной фитомассы эфемеров и суммой осадков за апрель-май (2011 г.) существует прямая коррелятивная связь на светло-каштановой и лугово-каштановой почвах соответственно ($r = 0,89$ и $r = 0,78$).

Надо отметить, что не только увеличение запасов влаги сыграло положительную роль в повышении продуктивности фитоценозов на рассматриваемых типах почв. Этому способствовал весь комплекс экологических факторов, включая и динамику солеобразующих ионов в почвах. Зависимости между урожайностью фитомассы и экологическими факторами в период вегетации фитоценозов выражаются следующими уравнениями множественной регрессии (табл. 1).

Если расчётное значение $F_f > F_{кр}$, то нулевая гипотеза отклоняется и связь между x (факторы: осадки, испаряемость, коэффициент увлажнения, содержание Cl^- , $Cl^-:SO_4^{2-}$) и y (урожайность воздушно-сухой фитомассы) признаётся существенной, а уравнение – адекватным. Связь между накоплением фитомассы и факторами сильная для эфемеров, разнотравья и солянок на светло-каштановой и лугово-каштановой почвах.

В повышении продуктивности важную роль играют K и Ca , которые обеспечивают нормальный рост растений и их устойчивость к адаптации к неблагоприятным условиям существования [14–16].

По данным исследований [17], ионы K^+ участвуют в повышении устойчивости растений к засолению и засухе. Солевой стресс приводит к значительному уменьшению сырого и сухого веса растения, этот эффект имеет важное значение в солеустойчивости,

где поддержание высокого уровня цитоплазматического K^+ необходимо для выживания в засоленных местообитаниях. Повышение Ca^{2+} в растениях является ответом на биотический и абиотический стресс [14–16].

Таблица 1

Уравнения множественной регрессии зависимости между урожайностью фитомассы и экологическими факторами в период вегетации фитоценозов 2011 г. / Multiple regression equation of dependence between the yield of phytomass and ecological factors in the period of vegetation of phytocenoses 2011

Тип почвы	Группа растений	r_{xy}	R^2	F-критерий		Уравнение регрессии
				$F_{\text{ф}}$	$F_{\text{кр}}$	
Светло-каштановая	Эфемеры	0,98	0,98	219,8	3,11	$y=17,13+0,0425X_1+0,0087X_2-4,66X_3-20,65X_4+0,6X_5$
	Разнотравье+солянки	0,35	0,59	3,22	2,53	$y=9,65+0,18X_1-0,0147X_2-15,54X_3+45,78X_4-21,44X_5$
Лугово-каштановая	Эфемеры	0,97	0,93	32,1	3,11	$y=0,66+0,00268X_1-6,5E-5X_2-0,18X_3-0,21X_4+0,27X_5$
	Разнотравье+солянки	0,86	0,82	18,5	3,11	$y=4,1+0,00068X_1-0,0004X_2+1,02X_3-0,35X_4-0,2X_5$

Примечание. y – урожайность воздушно-сухой фитомассы, ц/га; X_1 – осадки за вегетационный период, мм; X_2 – испаряемость, мм; X_3 – КУ (коэффициент увлажнения); X_4 – содержание Cl^- в слое 0–20 см, мг-экв/100 г почвы; X_5 – соотношение $Cl^-: SO_4^{2-}$ в слое 0–20 см.

На эффективность использования макроэлементов растениями влияют изменения режима температуры и влажности. Именно благоприятные гидротермические условия в период вегетации растений являются фактором повышения концентрации этих элементов в почве [18, 19]. В целом на аккумуляцию химических элементов растениями влияет целый комплекс факторов [19, 20]. Важнейший среди них – видовые особенности растений [21, 22].

Имеются данные по количеству К и Са в почвах Дагестана [20, 23] и других регионах Юга России [3, 4, 24], однако число работ по определению этих элементов в пастбищных растениях крайне невелико [3, 5, 25].

Установлено различие в уровнях концентрации и коэффициентах биологического поглощения (КБП) К и Са в фитомассе на светло-каштановой, лугово-каштановой почвах и солончаке типичном (табл. 2).

Таблица 2

К и Са в почвах, растительных ассоциациях (абсолютно сухой вес, %) и КБП (2011–2016 гг.) / K and Ca in soils, plants (absolute-dry weight, %) and coefficient of biological adsorption (2011–2016)

Растительная ассоциация	Тип почвы	Почва		Растение		Са/К	КБП	
		К	Са	К	Са		К	Са
Эфемероидно-полынно-мятликовая	Светло-каштановая	1,74±0,1	1,4±0,16	3,0±0,22	0,48±0,2	0,16	1,72	0,35
Злаково-пыльная	Лугово-каштановая	1,9±0,2	2,5±0,25	2,9±0,15	0,8±0,2	0,27	1,53	0,32
Разнотравно-кострово-петросимониевая	Солончак типичный	1,8±0,26	2,0±0,2	2,7±0,2	0,37±0,3	0,13	1,5	0,2
Разнотравно-костровая	Светло-каштановая	1,74±0,3	1,4±0,27	2,48±0,2	0,5±0,24	0,2	1,43	0,36
Разнотравно-солянковая	Солончак типичный	1,8±0,26	2,0±0,22	3,2±0,17	2,1±0,15	0,65	2,28	1,5

Из полупустынных сообществ наиболее продуктивными по биомассе оказались эфемероидно-полынно-мятликовая и разнотравно-солянковая ассоциации – соответственно 14,4 и 21,8 (2012 г.) т/га в год. Фитомасса на солончаке типичном и лугово-каштановой почвах характеризовалась близкими показателями (5,51–6,28 т/га в год). Максимальный прирост фитомассы имеет разнотравно-костровая ассоциация, где по сравнению с эфемероидно-полынно-мятликовой ассоциацией масса выше на

1,54 т/га в год. Данная ассоциация характеризуется лугово-степным типом ритмики и пятью периодами развития: ранневесенним, весенне-летним, летним, летне-осенним, осенним. Злаково-пыльная ассоциация отличается полупустынным типом ритмики с двумя максимумами – раннелетним и осенним.

Количество К в укосной фитомассе пастбищных растений варьировало в пределах от 2,48 до 3,2 %, а Са – от 0,37 до 2,1 % при наибольшем содержании в фитомассе эфемероидно-лерхополынно-мятлико-

вой и разнотравно-кострово-петросимониевой (К – 2,7 и Са – 1,5 %), разнотравно-солянковой (3,2 и 2,28 %) ассоциаций, наименьшем – в разнотравно-костровой (2,48 и 0,5 %). Различие для К в 1,3 раза, Са – в 3–4. В надземной массе основных продуцентов содержание К и Са значительно варьирует: для семейства злаковых К – 0,82–1,06 %, Са – 0,4–0,53, маревых К – 0,72–2,8, Са – 0,34–2,1 %.

В растениях преобладающих видов злаково-полынной ассоциации значения К и Са значительно варьируют: для полыни Лерха соответственно 2,1 и 0,76 %; полыни таврической – 1,86 и 0,8 % (табл. 3). Эти данные соответствуют содержанию К и Са в видах растений полыни Лерха, австрийской, песчаной, сantonинской Калмыкии при варьировании от 10,2 до 21,6 г/кг для К и от 4,3 до 8,6 г/кг для Са [5].

Таблица 3

К и Са в доминирующих видах растений (2011–2016 гг.) / K and Ca in dominant plant species (2011-2016)

Семейства, вид растений	ПП, %	ЖФ	ЭГ	К, %	Са, %	Са/К
Poaceae	51					
<i>Anisantha tectorum</i>	12	Одн.	Ксеромезофит	1,0±0,23	0,68±0,25	0,68
<i>Bromus squarrosus</i>	12	Дв.	Псаммоксерофит	0,82±0,41	0,45±0,20	0,55
<i>Poa bulbosa</i>	7	Мн.	Ксеромезофит	1,06±0,60	0,62±0,24	0,58
<i>Eragrostic minor</i>	5	Одн.	Ксеромезофит	0,83±0,32	0,58±0,28	0,70
<i>Eremopyrum triticeum</i>	15	Одн.	Ксеромезофит	0,96±0,21	0,6±0,23	0,63
M±m				0,93±0,36	0,58±0,21	
Asteraceae	15					
<i>Artemisia lerceana</i>	10	Пкч.	Эвксерофит	2,1±0,26	1,0±0,27	0,48
<i>Artemisia taurica</i>	5	Пкч.	Эвксерофит	1,86±0,23	1,05±0,35	0,56
M±m				1,98±0,24	1,03±0,30	
Chenopodiaceae	5					
<i>Ceratocarpus arenarius</i>	3	Одн.	Псаммоксерофит	0,72±0,34	0,53±0,21	0,74
<i>Salsola iberica</i>	1,5	Пкч.	Галоксерофит	2,8±0,16	1,91±0,02	0,68
<i>Petrosimonia brachiata</i>	0,5	Одн.	Ксеромезофит	0,68±0,28	0,42±0,32	0,62
M±m				1,4±0,20	0,95±0,25	
Caryophyllaceae	3					
<i>Silena conica</i>	1	Одн.	Ксеромезофит	0,56±0,36	0,27±0,28	0,48
<i>Herniaria incana</i>	2	Мн.	Эвксерофит	0,72± 0,45	0,50±0,23	0,69
M±m				0,64±0,38	0,38±0,24	
Brassicaceae	3					
<i>Alyssum desertorum</i>	3	Одн.	Ксеромезофит	0,43±0,40	0,22±0,18	0,51
M±m				0,43±0,40	0,22±0,18	

Примечание. ПП – проективное покрытие %; ЖФ – жизненная форма; ЭГ – экологическая форма.

К и Са у солянки иберийской и видов полыни в 2–3 раза выше, чем у других видов растений, при этом высокое накопление отмечалось в первой половине вегетационного периода, а к концу цикла развития растений содержание этих элементов снижается. По классификации жизненных форм эти виды растений являются полукустарничками, по отношению к влаге рассматриваемые виды полыни относятся к эвксерофитам, а солянка грузинская – к галоксерофитам; по отношению к засолению почвы эти виды растений являются гликогалофитами.

Показано, что варьирование показателей накопления фитомассы, К и Са в различных ассоциациях зависит в первую очередь от флористического состава. Выявлено, что анализируемые виды расте-

ний в достаточной степени обеспечены К и Са, а соотношение К и Са в них близко к оптимальному.

Убывающий ряд семейств по накоплению К и Са следующий: маревые←сложноцветные←злаковые←гвоздичные←крестоцветные. По отношению к накоплению К растительные ассоциации располагаются в убывающий ряд: разнотравно-солянковая←эфемероидно-полынно-мятликовая←злаково-полынная←разнотравно-кострово-петросимониевая←разнотравно-костровая, для Са ряд: разнотравно-солянковая←злаково-полынная←разнотравно-костровая←эфемероидно-полынно-мятликовая←разнотравно-кострово-петросимониевая.

Из табл. 3 видно, что в основном отношении Са/К<1 в фитоценозах всех изученных типов

почв. Повышенное содержание калия оказывает ингибирующее влияние на транслокацию в растения Са.

Полученные величины КБП для растительных ассоциаций являются оценкой активности поглощения растением К и Са из почвы. КБП_К находится в пределах от 1,43 до 2,28 (различие в 1,5 раза), КБП_{Са} – от 0,2 до 1,5 (различие в 7,5 раза). Самые активные поглотители Са из доминирующих видов ассоциации разнотравно-солянковая (полыни Лерха и таврическая, солянка иберийская). Высокие значения КБП_К и КБП_{Са} показывают способность растений представленных ассоциаций накапливать значительные количества К при низких концентрациях К в почве.

Выявлены коррелятивные зависимости между Са и К в почве, % (X), и Са и К в надземной массе, % (y), по типам почв:

Са – светло-каштановая: $y=1,055x - 0,632$, $r_{xy}=0,98$, $R^2=0,97$;

– лугово-каштановая: $y=1,827x - 3,8354$, $r_{xy}=0,96$, $R^2=0,94$;

– солончак типичный: $y=0,5703x - 0,5861$, $r_{xy}=0,97$, $R^2=0,96$;

К – светло-каштановая: $y=1,3192x + 0,4787$, $r_{xy}=0,96$, $R^2=0,93$;

– лугово-каштановая: $y=2,3445x - 1,6284$, $r_{xy}=0,97$, $R^2=0,94$;

– солончак типичный: $y=1,4475x + 0,0612$, $r_{xy}=0,98$, $R^2=0,96$.

На рис. 4 видна зависимость продуктивности фитоценоза на изученных типах почв от накопления К и Са растительными сообществами в течение мая – октября 2011 г., который отличался высокой урожайностью по сравнению с последующими годами исследований. Состояние растительного покрова на различных типах почв в 2011 г. различается не только качественно (по видовому составу), но и количественно (по запасу фитомассы). Так, в 2011 г., с повышенной степенью увлажнения территории, увеличение продуктивности травостоя происходило в основном за счет видов злаковых (костры растопыренный и кровельный, мятлик луковичный, житняк пустынный, полевица малая, мортуки пшеничный и восточный), что способствовало сенокосению, не характерному для данной полупустынной территории (рис. 1). Обнаружено, что между суммой осадков за апрель-май и урожайностью надземной фитомассы эфемеров и эфемероидов существует прямая коррелятивная связь, которая в 2011 г. имела сильную ($r=0,89$), а в два последующих года – среднюю ($r=0,43$ и $0,35$) степень выраженности.

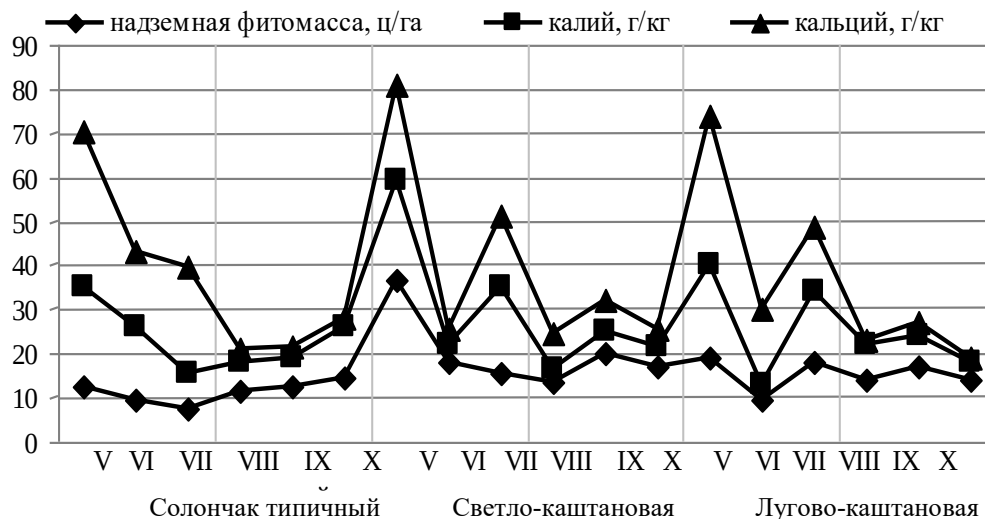


Рис. 4. Продуктивность и К и Са в травяных фитоценозах различных типов почв Терско-Кумской низменности за май – октябрь 2011 г. / Fig. 4. Productivity and K and Ca in herbal phytocenoses of different types of soils of the Terek-Kuma lowland in May-October, 2011

В засушливый 2012 г. в результате изменения гидротермических условий происходит смена доминирующих видов в сообществе. Высокая продуктивность фитомассы (68,1 ц/га) связана с обилием солянки грузинской (60–76 экз/м², проективное покрытие до 95 % площади), которая начинает более интенсивно накапливать К и Са. В период август–

сентябрь 2012 г. произошла смена доминирующих видов в сообществе. Солянка грузинская (курай) как более солевыносливое и засухоустойчивое растение оказывает неблагоприятное воздействие на 20 из 35 видов, отмеченных в фитоценозе (рис. 3).

Таким образом, содержание К в фитомассе пастбищных растений Терско-Кумской низменности

колеблется от 0,43 до 3,2 %. Динамика накопления К в фитомассе растительных ассоциаций определяется их видовым составом, обилием отдельных видов растений, типом почвы и сезоном года. Наибольшее количество накопления К характерно для семейств сложноцветных и злаковых, меньшее – для гвоздичных. Между содержанием К в почве и надземной массе фитоценоза установлена положительная корреляция средней силы ($r=0,67$).

Выявление особенностей формирования продуктивности фитоценоза, флористического состава растительных ассоциаций Терско-Кумской низменности способствует решению вопросов по восстановлению полупустынной растительности и воспроизводству пастбищ.

Заключение

Наиболее стабильными растительными сообществами являются эфемероидно-лерхопопынно-мятликовые, эфемерово-пыльняные, злаково-пыльняные и разнотравно-костровые фитоценозы. Количество К в укосной фитомассе пастбищных растений варьировало в пределах от 2,48 до 3,2 %, а Са – от 0,37 до 2,1 % при наибольшем содержании в фитомассе эфемероидно-лерхопопынно-мятликовой и разнотравно-кострово-петросимониевой (К – 2,7 и Са – 1,5 %), разнотравно-солянковой (3,2 и 2,28 %) ассоциаций, наименьшем – разнотравно-костровой (2,48 и 0,5 %). Варьирование показателей накопления фитомассы, К и Са в различных ассоциациях зависит в первую очередь от флористического состава, биологических особенностей растений, а также климатических факторов. Выявлено, что виды растений в достаточной степени обеспечены К и Са, а соотношение К и Са в них близко к оптимальному. Убывающий ряд семейств по накоплению К и Са следующий: маревые ← сложноцветные ← злаковые ← воздичные ← крестоцветные. По отношению к накоплению К растительные ассоциации располагаются в убывающий ряд: разнотравно-солянковая ← эфемероидно-пыльняно-мятликовая ← злаково-пыльняная ← разнотравно-кострово-петросимониевая ← разнотравно-костровая, для Са ряд: разнотравно-солянковая ← злаково-пыльняная ← разнотравно-костровая ← эфемероидно-пыльняно-мятликовая ← разнотравно-кострово-петросимониевая. Расчеты КБП показывают, что в полупустынной растительности в равной мере сказывается действие общих биогеохимических закономерностей.

Литература

1. Джапова Р.Р. Динамика растительного покрова Ергенинской возвышенности и Прикаспийской

низменности в пределах Республики Калмыкия: автореф. дис. ... д-ра биол. наук. М.: МГУ, 2007. 47 с.

2. Шифферс Е.В., Суховерко Р.В. Динамика накопления наземной растительной массы в пустынных, степных и луговых биогеоценозах Терско-Кумской низменности // Бот. журн. 1960. Т. 45, № 5. С. 555–564.

3. Гречишкина Ю.И. Качество кормов в зоне неустойчивого увлажнения Ставропольского края // Агрохим. вестн. 2005. № 4. С. 22–23.

4. Залибеков З.Г. Процессы опустынивания и их влияние на почвенный покров. М.: Наука, 2000. 219 с.

5. Зялаев А.А., Сибгатуллина М.Ш., Бариева А.И., Плеханова В.А. Характер транслокации калия и кальция в растениях // Агрохимия. 2010. № 1. С. 27–32.

6. Комарова Н.В., Каменцев Я.С. Практическое руководство по использованию систем капиллярного электрофореза «КАПЕЛЬ». СПб.: Веда, 2006. 212 с.

7. Черепанов С.К. Сосудистые растения СССР. Л.: Наука, 1981. 510 с.

8. Муртазалиев Р.А. Конспект флоры Дагестана / отв. ред. Р.В. Камелин. Махачкала: Эпоха, 2009. Т. I: Licopodiaceae – Urticaceae. 320 с.; Т. II: Euphorbiaceae – Dipsacaceae. 248 с.; Т. III: Campanulaceae – Hippuridaceae. 304 с.; Т. IV: Melanthiaceae – Acoraceae. 232 с.

9. Ярулина Н.А. Первичная биологическая продуктивность почв дельты Терека. М.: Наука, 1983. 87 с.

10. Виноградов С.И. Растительность Прикаспийской низменности Дагестанской АССР по данным геоботанического обследования летом 1927 г. // Изв. Горского с.-х. ин-та. 1929. Т. 6. С. 15–21.

11. Чиликина Л.Н. Очерк растительности Дагестанской АССР и природных кормовых угодий // Природная кормовая растительность Дагестана. Махачкала: Изд-во Даг. ФАН СССР, 1960. Т. 2. С. 8–88.

12. Лепехина А.А. Биология видов растений и характеристика растительных сообществ Дагестана в плане рационального использования растительных ресурсов. Махачкала: Дагучпедизд, 1997. 212 с.

13. Гасанов Г.Н., Асварова Т.А., Гаджиев К.М., Ахмедова З.Н., Абдулаева А.С., Баширов Р.Р., Султанмахмедов М.С. Теоретически возможная и практически реализуемая по условиям влагообеспеченности и засоленности продуктивность светло-каштановой почвы Северо-Западного Прикаспия (на примере Кочубейской биосферной станции ПИБР ДНЦ РАН) // Юг России: экология, развитие. 2014. № 2. С. 130–138.

14. González-Fontes A., Navarro-Gochicoa M.T., Ceacero C.J., Herrera-Rodríguez M.B., Camacho-Cristóbal J.J., Rexach J. Understanding calcium transport and signaling, and its use efficiency in vascular plants // Plant Macronutrient Use Efficiency. 2017. Ch. 9. P. 165–180. URL: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-811308-0.00009-0> (дата обращения: 20.08.2018).

15. Sharma A., Shankhdhar D., Shankhdhar S.C. The role of calcium in plant signal transduction under macronutrient deficiency stress // Plant Macronutrient Use Efficiency. 2017. Ch. 10. P. 181–196. URL:

<https://doi.org/10.1016/b978-0-12-811308-0.00010-7> (дата обращения: 20.08.2018).

16. Li Z., Yue H., Xing D. MAP kinase 6-mediated activation of vacuolar processing enzyme modulates heat shock-induced programmed cell death in *Arabidopsis* // *New Phytol.* 2012. Vol. 195. P. 85–96.

17. Chartzoulakis K.S., Loupassaki M.H. Effects of NaCl salinity on germination, growth, gas exchange and yield of greenhouse eggplant // *Agricultural Water Management.* 1997. Vol. 32 (3). P. 215–225.

18. Shin Ry. Potassium sensing, signaling, and transport: toward improved potassium use efficiency in plants // *Plant Macronutrient Use Efficiency.* 2017. P. 149–163. URL: <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-811308-0.00008-9> (дата обращения: 20.08.2018).

19. Brouder S.M., Volevec J.J. Future climate change and plant macronutrient use efficiency // *Plant Macronutrient Use Efficiency.* 2017. P. 357–379. URL: <https://doi.org/10.1016/b978-0-12-811308-0.00020-x> (дата обращения: 20.08.2018).

20. Магомедалиев З.Г. Калий в почвах равнинной зоны Дагестана и эффективность калийных удобрений. Махачкала, 1994. 90 с.

21. Deilein U., Stephan A.B., Horie T., Luo W., Xu G., Schroeder J.I. Plant salt-tolerance mechanisms // *Trend. in Plant Sci.* 2014. Vol. 19. P. 371–377.

22. Eriksson J.E., Andersson A., Wenblad A. Cd, Ni and Zn Contents of Oats Grain as Related to Soil Factors and Precipitation Text // *Swedish J. of Agricultural Research.* 1990. Vol. 20, № 2. P. 81–87.

23. Абасов М.М., Мамедгусейнов Ф.К. Почвенные запасы калия не безграничны // *Агрохим. вестн.* 2004. № 4. С. 11.

24. Погорелов Ю.Г. Содержание и формы калия в черноземах Кубани // *Тр. Кубанского с/х ин-та.* 1972. Вып. 42. С. 55–60.

25. Титлянова А.А. Бюджет элементов питания в экосистемах // *Почвоведение.* 2007. № 12. С. 1422–1429.

References

1. Dzhapova R.R. *Dinamika rastitel'nogo pokrova Ergeninskoi vozvyshennosti i Prikaspiiskoi nizmennosti v predelakh Respubliki Kalmykiya* [Dynamics of vegetation cover of Ergenyupland and Caspian lowland within the Republic of Kalmykia]. Moscow: MGU, 2007, 47 p.

2. Shiffers E.V., Sukhoverko R.V. Dinamika nakopleniya nazemnoi rastitel'noi massy v pustynnykh, stepnykh i lugovykh biogeotsenozakh Tersko-Kumskoi nizmennosti [Dynamics of accumulation of terrestrial plant mass in desert, steppe and meadow biogeocenoses of the Terek-Kuma lowland]. *Bot. zhurn.* 1960, vol. 45, No. 5, pp. 555–564.

3. Grechishkina Yu.I. Kachestvo kormov v zone neustoiichivogo uvlazhneniya Stavropol'skogo kraia [The quality of feed in the area of non-sustainable moisture of the Stavropol territory]. *Agrokhim. vestn.* 2005, No. 4, pp. 22–23.

4. Zalibekov Z.G. *Protsessy opustynivaniya i ikh vliyaniye na pochvennyi pokrov* [Desertification processes and their impact on the soil cover]. Moscow: Nauka, 2000, 219 p.

5. Zyalalov A.A., Sibgatullina M.Sh., Barieva A.I., Plekhanova V.A. Kharakter translokatsii kaliya i kal'tsiya v rasteniyakh [The nature of the translocation of potassium and calcium in plants]. *Agrokhimiya.* 2010, No. 1, pp. 27–32.

6. Komarova N.V., Kamentsev Ya.S. *Prakticheskoe rukovodstvo po ispol'zovaniyu sistem kapillyarnogo elektroforeza «KAPEL»* [Practical guidance for using capillary electrophoresis systems “DROPS”]. Saint Petersburg: Veda, 2006, 212 p.

7. Cherepanov S.K. *Sosudistye rasteniya SSSR* [Vascular plants of the USSR]. Leningrad: Nauka, 1981, 510 p.

8. Murtazaliev R.A. *Konspekt flory Dagestana* [Summary of the flora of Dagestan]. Ed. R.V. Kamelin. Makhachkala: Epokha, 2009, vol. I: Lycopodiaceae - Urticaceae, 320 p.; vol. II: Euphorbiaceae - Dipsacaceae, 248 p.; vol. III: Campanulaceae - Hippuridaceae, 304 p.; vol. IV: Melanthiaceae - Acoraceae, 232 p.

9. Yarulina N.A. *Pervichnaya biologicheskaya produktivnost' pochv del'ty Tereka* [Primary biological productivity of soils of the Delta of the Terek]. Moscow: Nauka, 1983, 87 p.

10. Vinogradov S.I. Rastitel'nost' Prikaspiiskoi nizmennosti Dagestanskoi ASSR po dannym geobotanicheskogo obsledovaniya letom 1927 g. [Vegetation of the Caspian lowland of the Dagestan ASSR according to the geobotanical survey in the summer, 1927]. *Izv. Gorskogo s.-kh. in-ta.* 1929, vol. 6, pp. 15–21.

11. Chilikina L.N. [Essay of vegetation of Dagestan ASSR and natural forage lands]. *Prirodnaya kormovaya rastitel'nost' Dagestana* [Natural forage vegetation of Dagestan]. Makhachkala: Izd-vo Dag. FAN SSSR, 1960, vol. 2, pp. 8–88.

12. Lepekhina A.A. *Biologiya vidov rastenii i kharakteristika rastitel'nykh soobshchestv Dagestana v plane ratsional'nogo ispol'zovaniya rastitel'nykh resursov* [Biology of plant species and characteristics of plant communities in Dagestan in terms of rational use of plant resources]. Makhachkala: Daguchpedizd, 1997, 212 p.

13. Gasanov G.N., Asvarova T.A., Gadzhiev K.M., Akhmedova Z.N., Abdulaeva A.S., Bashirov R.R., Sultanakhmedov M.S. Teoreticheski vozmozhnaya i prakticheski realizuemaya po usloviyam vlagobespechennosti i zasolennosti produktivnost' svetlo-kashtanovoi pochvy Severo-Zapadnogo Prikaspiya (na primere Kochubeiskoi biosfernoi stantsii PIBR DNTs RAN) [Theoretically possible and practically implemented according to the conditions of moisture and salinity the productivity of light-chestnut soils of North-Western Caspian region (on the example of Kochubey biosphere station, PIBR, Dagestan Scientific Center of RAS)]. *Yug Rossii: ekologiya, razvitie.* 2014, No. 2, pp. 130–138.

14. González-Fontes A., Navarro-Gochicoa M.T., Ceacero C.J., Herrera-Rodríguez M.B., Camacho-Cristóbal J.J., Rexach J. Understanding calcium transport and signaling, and its use efficiency in vascular plants. *Plant Macronutrient Use Efficiency*. 2017, ch. 9, pp. 165-180. Available at: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-811308-0.00009-0> (accessed 20.08.2018).
15. Sharma A., Shankhdhar D., Shankhdhar S.C. The role of calcium in plant signal transduction under macro-nutrient deficiency stress. *Plant Macronutrient Use Efficiency*. 2017, ch. 10, pp. 181-196. Available at: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-811308-0.00010-7> (accessed 20.08.2018).
16. Li Z., Yue H., Xing D. MAP kinase 6-mediated activation of vacuolar processing enzyme modulates heat shock-induced programmed cell death in Arabidopsis. *New Phytol.* 2012, vol. 195, pp. 85-96.
17. Chartzoulakis K.S., Loupassaki M.H. Effects of NaCl salinity on germination, growth, gas exchange and yield of greenhouse eggplant. *Agricultural Water Management*. 1997, vol. 32 (3), pp. 215-225.
18. Shin Ry. Potassium sensing, signaling, and transport: toward improved potassium use efficiency in plants. *Plant Macronutrient Use Efficiency*. 2017, pp. 149-163. Available at: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-811308-0.00008-9> (accessed 20.08.2018).
19. Brouder S.M., Volenec J.J. Future climate change and plant macronutrient use efficiency. *Plant Macronutrient Use Efficiency*. 2017, pp. 357-379. Available at: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-811308-0.00020-x> (accessed 20.08.2018).
20. Magomedaliev Z.G. *Kalii v pochvakh ravninnoi zony Dagestana i effektivnost' kaliinykh udobrenii* [Potassium in the soils of the flat zone of Dagestan and the effectiveness of potash fertilizers]. Makhachkala, 1994, 90 p.
21. Deilein U., Stephan A.B., Horie T., Luo W., Xu G., Schroeder J.I. Plant salt-tolerance mechanisms. *Trend. in Plant Sci.* 2014, vol. 19, pp. 371-377.
22. Eriksson J.E., Andersson A., Wenblad A. Cd, Ni and Zn Contents of Oats Grain as Related to Soil Factors and Precipitation Text. *Swedish J. of Agricultural Research*. 1990, vol. 20, No. 2, pp. 81-87.
23. Abasov M.M., Mamedguseinov F.K. Pochvennye zapasy kaliya ne bezgranichny [Soil potassium reserves are not unlimited]. *Agrokhim. vestn.* 2004, No. 4, p. 11.
24. Pogorelov Yu.G. Soderzhanie i formy kaliya v chernozemakh Kubani [The content and forms of potassium in the black soil of the Kuban]. *Tr. Kubanskogo s/kh in-ta*. 1972, iss. 42, pp. 55-60.
25. Titlyanova A.A. Byudzhet elementov pitaniya v ekosistemakh [Budget of nutrients in ecosystems]. *Pochvovedenie*. 2007, No. 12, pp. 1422-1429.

УДК 631.47

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-56-66

ГОРНО-КОРИЧНЕВЫЕ ПОЧВЫ ЮЖНОГО СКЛОНА БОЛЬШОГО КАВКАЗА

© 2019 г. С.М. Гусейнова¹, Ч.М. Джафарова¹, А.М. Джафаров¹

¹Институт почвоведения и агрохимии Национальной академии наук Азербайджана, Баку, Азербайджан

MOUNTAIN-BROWN SOILS OF THE SOUTHERN SLOPE OF THE GREAT CAUCASus

S.M. Huseynova¹, Ch.M. Jafarova¹, A.M. Jafarov¹

¹Institute of Soil Science and Agrochemistry, Azerbaijan National Academy of Sciences, Baku, Azerbaijan

Гусейнова Султан Маггеррам-кызы – кандидат сельскохозяйственных наук, доцент, ведущий научный сотрудник, лаборатория генезиса, географии и картографии почв, Институт почвоведения и агрохимии Азербайджана, ул. Мамеда Рагима, 5, г. Баку, AZ 1073, Азербайджан, e-mail: sultanhuseynova@rambler.ru

Джафарова Чимназ Мехди-кызы – кандидат сельскохозяйственных наук, доцент, ведущий научный сотрудник, лаборатория генезиса, географии и картографии почв, Институт почвоведения и агрохимии Азербайджана, ул. Мамеда Рагима, 5, г. Баку, AZ 1073, Азербайджан, e-mail: sultanhuseynova@rambler.ru

Джафаров Али Муса-оглы – кандидат сельскохозяйственных наук, доцент, ведущий научный сотрудник, заведующий лабораторией физики почв, Институт почвоведения и агрохимии Азербайджана, ул. Мамеда Рагима, 5, г. Баку, AZ 1073, Азербайджан, e-mail: sultanhuseynova@rambler.ru

Sultan M. Huseynova - Candidate of Agricultural Sciences, Associate Professor, Leading Researcher, Laboratory of Genesis, Geography and Cartography of Soils, Institute of Soil Science and Agrochemistry, Azerbaijan National Academy of Sciences, Mammad Rahim St., 5, Baku, AZ 1073, Azerbaijan, e-mail: sultanhuseynova@rambler.ru

Chimnaz M. Jafarova - Candidate of Agricultural Sciences, Associate Professor, Leading Researcher, Laboratory of Genesis, Geography and Cartography of Soils, Institute of Soil Science and Agrochemistry, Azerbaijan National Academy of Sciences, Mammad Rahim St., 5, Baku, AZ 1073, Azerbaijan, e-mail: sultanhuseynova@rambler.ru

Ali M. Jafarov - Candidate of Agricultural Sciences, Associate Professor, Leading Researcher, Head of the Laboratory of Soils Physics, Institute of Soil Science and Agrochemistry, Azerbaijan National Academy of Sciences, Mammad Rahim St., 5, Baku, AZ 1073, Azerbaijan, e-mail: sultanhuseynova@rambler.ru

В Азербайджане горно-коричневые почвы широко распространены, занимают большую часть пояса низких и средних гор Большого и Малого Кавказа, Нахичеванской АР, Алазань-Автаранской долины и Ленкоранской области.

В климатическом отношении рассматриваемые почвы относятся к средиземноморскому типу климата, характерны жаркое лето, продолжительная теплая осень и умеренная зима. Почвы не промерзают, снежный покров неустойчив. Наиболее типичное развитие горно-коричневые почвы получили под светлыми дубово-грабовыми лесами с хорошо развитым подлеском и ксерофильным травянистым покровом, в условиях неуравновешенного и недостаточного увлажнения. Почвообразующими породами служат известняки, известковые песчаники, карбонатные глинистые сланцы или продукты выветривания этих пород в виде элювиальных и элювиально-делювиальных карбонатных суглинков.

Изучено современное состояние горно-коричневых выщелоченных, типичных, карбонатных, остепнённых почв и их окультуренных вариантов. В горных районах среди лесных почв больше всего подвергались изменению коричневые лесные почвы. Большие массивы, теперь в значительной степени остепнённые, используются под земледелие и садоводство.

Была сделана попытка дать название горно-коричневым почвам по международной классификации почв на основе реферативной базы (WRB) в 2015 г. :

1. Chernic Luvic Vermic Endogleyic Kastanozems (Clayic, Chromic, Eutric, Siltic).
2. Humic Luvic Anthric Kastanozems (Dystric, Fluvis, Siltic).
3. Chernic, Vermic, Clossic, Calcic Kastanozems (Combic, Clayic, Eutric, Sceletic).
4. Hidragric, Humic, Anthric Kastanozems (Calcic, Clayic, Eutric, Siltic).
5. Calcic Chernic Vermic Kastanozems (Chromic, Dystric, Eutric, Skeletic, Siltic).
6. Calcic Vermic Anthric Kastanozems (Clayic, Dystric, Siltic).
7. Chernic, Calcic, Vermic Anthric Kastanozems (Clayic, Dystric, Eutric).

Ключевые слова: Kastanozems, горно-коричневая почва, международная почвенная классификация, диагностические горизонты.

In Azerbaijan, the mountain-brown soils (Kastanozems) are widespread, occupy most of the zone of low and medium mountains of the Greater and Lesser Caucasus, the Nakhichevan Autonomous Republic, the Alazan-Avtoran Valley and the Lenkoran Region.

In the climatic respect, the soils under consideration are of the Middle-Sea type of climate, characterized by hot summers, prolonged warm autumn and moderate winters. Soils do not freeze, the snow cover is unstable. The most typical development of mountain-brown soils was obtained under light oak-hornbeam forests with well-developed undergrowth and xerophilic grass cover, under conditions of unbalanced and insufficient moistening. Soil-forming rocks are limestones, calcareous sandstones, carbonate shales, or weathering products of these rocks, in the form of eluvial and eluvial-deluvial carbonate loams.

The current state of mountain-brown leached, typical, carbonate, steppe soils and their cultivated varieties are studied. In mountainous areas, forest soils were the most affected by forest soils. Large arrays are now largely steppe and used under farming and horticulture.

An attempt was made to give the name of mountain brown soils according to the international classification of soils on the basis of the Reference Base (WRB) in 2015:

1. Chernic Luvic Vermic Endogleyic Kastanozems (Clayic, Chromic, Eutric, Siltic).
2. Humic Luvic Anthric Kastanozems (Dystric, Fluvisol, Siltic).
3. Chernic, Vermic, Clossic, Calcic Kastanozems (Combic, Clayic, Eutric, Sceletic).
4. Hidragric, Humic, Anthric Kastanozems (Calcic, Clayic, Eutric, Siltic).
5. Calcic Chernic Vermic Kastanozems (Chromic, Dystric, Eutric, Skeletic, Siltic).
6. Calcic Vermic Anthric Kastanozems (Clayic, Dystric, Siltic).
7. Chermic, Calcic, Vermic Anthric Kastanozems (Clayic, Dystric, Eutric).

Keywords: Kastanozems, mountain-brown soil, international soil classification, diagnostic horizons.

Горные коричневые почвы развиваются под сухими редкостойными лесами и зарослями кустарников с густым покровом травянистой растительности в условиях теплого и сухого субтропического климата.

Горные коричневые почвы – это почвы с темным верхним горизонтом и выраженным содержанием органического вещества (содержание гумуса в верхней части профиля составляет 4–6 % с постепенным уменьшением внизу, азота – 0,2–0,3), емкость поглощения и насыщенность поглощающего комплекса основаниями довольно высокие, реакция в верхних горизонтах нейтральная или слабощелочная, внизу щелочность возрастает. В средней части профиля наблюдается некоторое оглинивание. Среди горных коричневых почв выделяют горные коричневые типичные, горные коричневые выщелоченные (вскипают от соляной кислоты на глубине около 1 м), горные коричневые карбонатные, вскипающие с поверхности [1].

Коричневые почвы впервые описаны С.А. Захаровым в 1924 г. как оригинальные почвы, которые формируются под ксерофитными дубово-грабовыми лесами и зарослями кустарников на Кавказе, а позднее их обнаружили в Средней Азии [2]. В 1949 г. И.П. Герасимовым из бурых лесных почв был выделен тип «коричневые почвы», которые формируются под сухими субтропическими лесами и кустарниками типа средиземноморских маквисов (вечнозеленые с неоппадающей листвой) [3]. Очень близкими по ряду основных свойств к бурым лесным почвам являются коричневые горно-лесные почвы. Их крупные массивы встречаются в горах Средней Азии и на Восточном Кавказе. По данным А.Н. Изюмова, эти почвы

распространены под дубово-грабовыми лесами в зоне средних гор. Наиболее полного развития коричневые лесные почвы достигают на мелкоземистой породе – на делювиальных глинах и суглинках, почти всегда карбонатных в этих местах [4].

Таксономическое деление неоднозначное: по французской классификации – средиземноморские красные и коричневые почвы (*sols rouges et bruns mediterrances*), а также цвет каштана (*sols matron*). Многие западноевропейские почвоведы до сих пор относят их к группе средиземноморских бурых лесных почв. В США их называют красновато-каштановыми и бескарбонатными бурыми, по 7-му приближению – эутрохрепты, в новой американской систематике – *Argixerolls*. По классификации ФАО – окрашенные и известковые камбисолы, цинамоник. По М.А. Глазовской (1972, 1973) – кальций-гумусовые оглиненные почвы. Коричневым почвам советской классификации на карте ФАО/ЮНЕСКО отвечают частично файоземы и каштаноземы [2]. По WRB (2014), почвы со слабой дифференциацией профиля или ее отсутствием – умеренно развитые – относят к Cambisols, с высоко-активными глинами и высокой степенью насыщенности основаниями – Luvisols [5], а на Большом Кавказе у горно-коричневых почв профиль четко дифференцирован и насыщенность основаниями составляет 8–28 мг-экв/100 г почвы, что является типовым признаком [6–8].

Коричневые почвы приобретают следующие диагностические признаки: значительная мощность профиля (до 150 см); содержание гумуса 5,0–10 % под лесом и 2,5–4,0 % на пашне; преобладание в профиле коричневой окраски; высокое оглинивание

всего профиля, особенно его средней части; постепенное уменьшение содержания гумуса с глубиной, нейтральная или слабощелочная реакция в верхних горизонтах и щелочная в нижних; высокая емкость обмена; почти полная насыщенность почв основаниями; наличие карбонатного иллювиального горизонта [9].

По Г.А. Алиеву (1967), на Большом Кавказе встречаются горно-коричневые почвы с низким уровнем или полным отсутствием в профиле почвы карбонатов кальция. Отсутствие или низкий уровень карбоната кальция, вероятно, связаны с высоким содержанием полуторных оксидов железа (4–7 %) и полуторных оксидов алюминия (15–18 %), а в горно-коричневых почвах Восточного Кавказа алюминий составляет 6–7 % [10]. В Азербайджане горно-коричневые почвы широко распространены, занимают большую часть пояса низких и средних гор Большого и Малого Кавказа, Нахичеванской АР, Алазань-Автаранской долины и Ленкоранской области [11]. В климатическом отношении рассматриваемые почвы формируются в условиях средиземноморского климата, для которого характерны жаркое лето, продолжительная теплая осень и умеренная зима. Почвы не промерзают, снежный покров неустойчив. Коэффициент увлажнения (КУ) – 0,46, сумма активных температур $>10^{\circ}$ составляет 3400–4000 $^{\circ}\text{C}$. Для процесса почвообразования характерны наличие «короткой ксеропаузы» летом и развитие в условиях переменного промывного режима [12].

В Азербайджане наиболее типичное развитие горно-коричневые почвы получили под светлыми дубово-грабовыми лесами с хорошо развитым подлеском и ксерофильным травянистым покровом в условиях неуравновешенного и недостаточного увлажнения. Более сухие варианты их сформированы под аридным редколесьем [6, 7], почвообразующими породами служат известняки, известковые песчаники, карбонатные глинистые сланцы или продукты выветривания этих пород в виде элювиальных и элювиально-делювиальных карбонатных суглинков [8].

Цель работы – изучить диагностические признаки горно-коричневых (горно-коричневые выщелоченные, горно-коричневые типичные, горно-коричневые карбонатные, горно-коричневые остепненные) почв южного склона Большого Кавказа и дать название этим почвам в соответствии с международной классификацией почв на основе реферативной базы (WRB) 2015 г. [5].

Объект и методика исследования

Объектами исследования являются горно-коричневые почвы южного склона Большого Кавказа от границы Грузии до Шемахинского нагорья. Заложение

почвенных разрезов, морфологическое описание почвенного профиля и установление предварительного классификационного названия почвы на поле проводили по международной методологии – Guidelines for Soil Description (FAO) [13]. Образцы почв отбирали по генетическим горизонтам [14] и физико-химические показатели почв определяли общепринятыми методами [15–17]. На основании морфологического описания почв и их физико-химических показателей названия горно-коричневым почвам даны по международной классификации почв на основе реферативной базы (WRB) в 2015 г. [5].

Обсуждение результатов

Для образования горно-коричневых почв одним из важных факторов является относительно засушливый климат, где осадки не превышают 400–500 мм. Горно-коричневые почвы своей нижней границей соприкасаются с серо-коричневыми почвами, а верхней – с горно-лесными бурыми почвами. Содержание гумуса в верхнем горизонте для горно-лесных бурых почв высокое, в среднем составляет 6,7–10,0 %, которое с глубиной резко падает, что является типовым признаком для этих почв. Емкость поглощения высокая (36,9–42,8 мг-экв/100 г почвы). Реакция почвенной среды кислая, слабокислая. В отдельных случаях там, где лесная растительность уничтожена, горно-коричневые почвы граничат с лесостепными почвами [18]. В районе распространения наших исследований были изучены горно-коричневые выщелоченные, типичные, карбонатные, остепненные почвы и их окультуренные варианты.

Горно-коричневые выщелоченные почвы (Luvic Kastanozems) распространены в сухих лесах на незначительной площади. Такие почвы встречаются лишь отдельными пятнами, занимают затененные, увлажненные склоны северной и северо-западной экспозиции, формируются под дубово-грабовыми лесами с осветленным пологом, хорошо развитым подлеском и в освещенных местах под травянистым покровом. Для этих почв характерны промывной тип водного режима и нисходящая миграция продуктов почвообразования. Характерна следующая структура генетических горизонтов: Ov-AUvz-AUzp-BMverp-KcapL-CcaL.

Разрез № 318 горно-коричневой выщелоченной (Luvic Kastanozems) почвы был заложен в районе Габалы, $40^{\circ}57'42.54''\text{N}$, $47^{\circ}49'23.15''\text{E}$.

АО 0–4 – прошлогодняя слабая подстилка, состоящая из остатков листьев и растений.

AUvz 4–35 – коричневый, ореховато-зернистый, тяжело-суглинистый, много корней, встречаются обломки пород, свежий, переход постепенный.

ВМрвз 35–55 – чуть светлее, ореховато-зернистый, плотный, глинистый, гумусовые потеки, тонкие трещины, обломки пород, свежий, переход постепенный.

ВМгрве 55–81 – желтовато-коричневый, зернистый, глинистый, плотный, корни, тонкие трещины, виден процесс оглеения, переход ясный.

CL 81–115 – более крупные обломки пород.

Морфологическое описание разреза № 318 показывает, что в горизонте ВМ наблюдаются признаки оглеения, профиль очень плотный. В профиле почвы отсутствуют карбонаты, что подтверждает теорию Г.А. Алиева [10] об отсутствии или низком уровне содержания карбоната кальция. Заметно выщелачивание для карбонатов всего профиля. Горно-коричневые выщелоченные почвы южного склона Большого Кавказа отличаются в основном высокой скелетностью всего почвенного профиля и присутствием признаков оглеения в нижних горизонтах. Характерными морфологическими признаками горно-коричневых выщелоченных почв являются четкая текстурная дифференциация профиля, обособление метаморфического горизонта ВМ высокой плотности, относительно глубокая гумусовая окрашенность, наличие гумусовых потоков. Установлено, что содержание валового гумуса в горно-коричневой выщелоченной почве (Габала, разрез № 318) в аккумулятивном горизонте АUv составляет 5,07 % и характерным для них является постепенное убывание гумуса (1,92 %) до глубины 115 см. Столь высокое содержание гумуса объясняется глубоким проникновением корневой массы травянистых растений. Содержание азота колеблется в пределах 0,14–0,46 %. Соотношение C:N составляет 6,4–7,2, что свидетельствует о глубокой степени разложения органической части почвы. Групповой состав гумуса характеризуется преобладанием гуминовых кислот над фульвокислотами. Тип гумуса гуматный или фульватно-гуматный. Характерным признаком для горно-коричневых выщелоченных почв является выщелачивание. Реакция почвенной среды нейтральная или слабощелочная (7,0–7,6). Поглощающий комплекс горно-коричневых выщелоченных почв насыщен основаниями. Емкость поглощения высокая и составляет 40–48 мг-экв/100 г почвы. Заметно повышение количества обменного Са. По гранулометрическому составу эти почвы отличаются глинистым составом. Содержание илстой фракции высокое, особенно в горизонте ВМ, где оно доходит до 32–37 %.

Подтип горно-коричневых выщелоченных окультуренных (*Anthric Luvic Kastanozems*) почв впервые выделен М.П. Бабаевым [19]. Они формируются под антропогенно изменёнными лесами, т.е. вместо девственных лесов появляются сады.

Длительное антропогенное воздействие на почву (выращивание плодовых культур, обработка, орошение и т.д.) резко повлияло на процесс почвообразования, и поэтому морфологические признаки почвенного профиля, а также физические и химические свойства этих почв отличаются от типичных коричневых почв. На южном склоне садовые культуры представлены в основном орехоплодовыми деревьями.

Разрез № 463 заложен в районе Ках у подножия горы на горно-коричневой выщелоченной окультуренной (*Antric Kastanozems*) почве. Высота 392 м над уровнем моря, 41°22'25.61"N, 46°56'47.06"E. В основном используется под ореховые насаждения. Также встречаются миндальные, яблоневые и вишневые деревья, а из травянистых растений – клевер, люцерна, одуванчик, подорожник.

АО 0–3 – свежее луговое разнотравье.

АUa'vz 3–21 – черноватый, зернистый, суглинистый, плотноватый, много корней, биологически обработан, пористый, влажноватый, переход постепенный.

АUa"vz 21–42 – то же, что и горизонт 3–21, но более влажный.

ВМv 42–69 – коричнево-черноватый, рупно-зернистый, суглинистый, плотноватый, много корней, влажный, переход постепенный.

ВМg 69–107 – черноватый, бесструктурный, суглинистый, плотный, крупнопористый, ржавые пятна, влажный, переход постепенный.

В/С_{песок} 107–180 – черноватый, бесструктурный, супесчаный, рыхлый, мелкие белые пятна, песок, влажный, переход едва заметный.

С_{песок} 180–205 – темного цвета, сплошная прослойка влажного песка.

При морфологическом рассмотрении этого почвенного разреза очень трудно различить генетические горизонты. Территория в основном занята под орех и фундук. Заметна монотонность профиля, нет карбонатных выделений, что показывает тождественность с мнением Г.А. Алиева [10] об отсутствии или низком уровне содержания карбоната кальция. В горно-коричневых выщелоченных окультуренных почвах видно равномерное уменьшение содержания гумуса по профилю почв, начиная от горизонта АUa'vz до С. Тип гумуса гуматный и фульватно-гуматный. Содержание валового азота также уменьшается вниз по профилю почвы (от 0,25 до 0,10 %), отношение C:N узкое 7,7–8,2, что свидетельствует о разложении органического вещества. Возможно, это объясняется и некоторой засушливостью климата. Емкость поглощения горно-коричневых выщелоченных окультуренных почв невысокая, колеблется в пределах 15–17 мг-экв/100 г почвы.

Реакция среды (pH) слабо-кислая. Эти почвы представлены среднесуглинистыми разновидностями, так как содержание физической глины составляет в верхнем горизонте 38 % и постепенно уменьшается, содержание илистой фракции также невысокое. Отмечается очень высокое содержание фракции 0,25–0,05 мм, колеблющейся от 36 до 46 %. Такое высокое содержание наблюдается почти во всех почвах южного склона Большого Кавказа.

В связи с созданием международной классификации почв мира на основе реферативной базы (WRB) в 2015 г. была сделана попытка дать название этим почвам по международной классификации почв. Горно-коричневые выщелоченные: *Chernic Luvic Vermic Endogleyic Kastanozems (Clayic, Chromic, Eutric, Siltic)*. Горно-коричневые выщелоченные окультуренные: *Humic Luvic Anthric Kastanozems (Dystric, Fluvic, Siltic)*.

Горно-коричневые типичные (*Calcic Kastanozems*) почвы распространены в сухих лесах Азербайджана, захватывают всю нижнюю часть лесной зоны Большого Кавказа и приурочены к слаборасчленённым склонам среднегорной зоны под дубово-грабовыми и лесо-кустарниковыми насаждениями. Леса сильно изреженные, и поэтому здесь хорошо развиты подлесок (боярышник, кизил, мушмула и др.) и травянистый покров. Горно-коричневые типичные почвы формируются на плотных известняках, известняковых конгломератах, мергелях или на щебнистом глинистом карбонатном делювии. Для описываемого подтипа отмечается следующая система генетических горизонтов: Ov-AUvzp-BMzp-BMcarve-CcaL.

Разрез № 504 заложен в Балакане, село Катех, в 6 км от шоссе Катех – Балакан, N 41°40'732', E046°28'704', 304 м над уровнем моря. Рельеф – предгорная наклонная равнина. Растительный покров состоит из ясеня, дуба, акации, грецкого ореха и различных трав.

AUvz 0–9 – темно-коричневый, тяжелосуглинистый, тонко-зернисто-комковатый, мягкий, корни, биологически хорошо обработан, сухой, переход заметный.

AUvzp 9–31 – темно-коричневый, глыбистый, ореховато-комковатый, мелкопористый, плотный, много корней, средние и мелкие камни, сухой, переход заметный.

A/Bvpg 31–65 – то же, что и в горизонте (9–31), камни, признаки оглеения, много ржавых пятен, слоистые сланцы, переход заметный.

BMvgpca 65–83 – темно-коричневый, тяжелосуглинистый, плотноватый, ореховатый, корни, много ржавых пятен, много камней, сухой, слабо вскипает, переход постепенный.

BSgrca 83–110 – коричневато-желтый, тяжелосуглинистый, ржавые пятна, бесструктурный, обломки выветренных пород, вскипает, сухой, переход ясный.

CLca 110–150 – обломки пород, сильно вскипает, делювиально-пролювиальные отложения.

Горно-коричневые типичные почвы по некоторым морфологическим признакам (текстурная дифференциация, оглеение горизонта BM, присутствие камней) повторяют профиль горно-коричневых выщелоченных почв, но вместе с тем имеются и ряд признаков, отличающих их от выщелоченных вариантов. Это более глубокая растянутость гумусового горизонта, уплотненность подгумусового горизонта, карбонатное образование в горизонте BM, а в некоторых вариантах в верхнем аккумулятивном горизонте глубокая окрашенность коричневых и коричневатожелтоватых тонов. Горно-коричневая типичная почва характеризуется своеобразием состава и профильного распределения гумуса. Это объясняется повышенным содержанием гумуса в горизонте AUvz, который доходит до 11,0 %, вероятно, это связано со значительным преобладанием в составе фитомассы большого количества разнотравья. Гумусовый профиль растянут на достаточную глубину. Количество валового азота составляет 0,32–0,72 %, отношение C:N колеблется в пределах 8,0–6,8, что свидетельствует о глубоком распаде гумусовых соединений. По типу гумуса эти почвы относятся к гуматным или фульватно-гуматным, Cгк:Cфк не превышает 0,8–1,3. Карбонаты появляются с поверхности, в небольшом количестве увеличиваясь с глубиной. Поглощенный комплекс этих почв насыщен основаниями. Емкость поглощения составляет 25–28 мг-экв/100 г почвы, заметно повышение содержания катиона Са. Реакция почвенного раствора слабощелочная и щелочная (7,3–7,5). Данные гранулометрического состава показывают почти равномерное распределение вниз по профилю почв илистых частиц. То же самое можно сказать и о количестве физической глины, оно возрастает от 38,44 до 54,46 %. Некоторые образцы горно-коричневых типичных почв не очень богаты илистыми частицами, содержание их в верхнем аккумулятивном горизонте доходит до 11–18 % и несколько увеличивается в нижележащих горизонтах. Здесь также отмечается высокое значение фракции 0,05–0,01 мм, в основном они по гранулометрическому составу относятся к средне- и тяжелосуглинистым разновидностям.

Разрез № 468 заложен в деревне Илису Кахского района, на высоте 1149 м над уровнем моря, 41°27'47.68"N, 47°02'30.30"E, характеризуется как горно-коричневые типичные окультуренные почвы.

Разрез заложен на территории, занятой яблоневыми садами и используемой для отдыха людей.

АУа'vзса 0–19 – темно-коричневый с желтоватым оттенком, зернистый, глинистый, плотный, корни, червороины, свежий.

АУа"vзса 19–38 – чуть светлее, комковато-зернистый, глинистый, плотный, червороины, глянцевитый, свежий, переход видный.

А/Вvрса 38–57 – то же, что и горизонт 19–38, мелкие камни.

ВМvса 57–78 – коричневатый, комковато-зернистый, глинистый, корешки, глинистые потеки, пористый, влажноватый, переход заметный.

В/Срса 78–93 – коричневатый, комковатый, глинистый, плотноватый, глинистые сероватые потеки, влажноватый, переход заметный.

СЛрса 93 – ниже – желтовато-коричневый, бесструктурный, глинистый, плотный, глинистые сероватые потеки, камни, влажный.

Из морфологического описания следует отметить дифференциацию профиля, преобладание коричневых или коричневатого-желтоватых тонов. Встречаются карбонаты в виде прожилок и пятен. Характерными для этой почвы являются присутствие глинистых потеков, глянцевитость.

Данные этого разреза характеризуются невысоким содержанием валового гумуса и азота. Типичным для горно-коричневых окультуренных почв является равномерное распределение гумуса по профилю. Низкое содержание гумуса объясняется, по-видимому, тем, что, с одной стороны, длительная обработка нарушает верхний аккумулятивный слой и большая аэрация усиливает биологические процессы и разложение органических остатков, с другой – на покатых склонах разрыхленный слой легко подвергается процессу эрозии. Содержание карбонатов увеличивается вниз по профилю почв. Окультуренный вариант этих почв средне насыщен поглощенными основаниями. Сумма поглощенных оснований варьирует в пределах 20–28 мг-экв/100 г почвы. Реакция почв нейтральная или слабощелочная, щелочность увеличивается в нижних горизонтах (табл. 1). По гранулометрическому составу эти почвы относятся к тяжелосуглинистым разновидностям. Здесь также отмечается высокое содержание фракции: 0,25–0,05 и 0,05–0,01 мм (табл. 2).

По международной классификации почв мира горно-коричневые типичные почвы можно представить в следующем виде: *Chernic*, *Vermic*, *Clossic*, *Calcic Kastanozems* (*Cambic*, *Clayic*, *Eutric*, *Sceletic*).

Горно-коричневые типичные окультуренные почвы: *Hidragric*, *Humic*, *Anthric Kastanozems* (*Calcic*, *Clayic*, *Eutric*, *Siltic*).

Горно-коричневые карбонатные почвы (*Calcic Kastanozems*). Горно-коричневые карбонатные почвы в своём составе содержат соли угольной кислоты, а также главным образом кальций и магний. Кроме этого, встречаются минералы: кальцит, доломит, анкерит, арагонит. Выделяют первичные карбонаты, которые содержатся в почвообразующих слоях, и вторичные, которые накапливаются в процессе почвообразования и встречаются в виде карбонатной плесени, сединок, иней, жилок, псевдомицелий и конкреций [20]. Горно-коричневые карбонатные почвы занимают значительную площадь в поясе низких гор, древних речных террас и подгорных равнин в области Большого Кавказа. В верхней части они граничат с коричневыми типичными, выщелоченными почвами (CaCO_3 – 0,86–5,61 %, насыщенность поглощенных оснований – 23,13–28,25 мг-экв/100 г почвы), а в южной части – с серо-коричневыми почвами (CaCO_3 – 6,40–25,62 %, насыщенность поглощенных оснований – 16,74–30,38 мг-экв/100 г почвы). Эти почвы развиты в местах сухих лесов под изреженными дубово-грабовыми или ксерофильными кустарниками с хорошо развитым травянистым покровом.

В нормально развитом профиле имеются следующие горизонты: О-АУvзса-ВМсарве-ВСА-В/Ссарсп-Ссар.

Разрез № 469 заложен в Кахском районе, на высоте 1204 м над уровнем моря, 41°26'57,37"N, 46°59'07,59"E. Горная местность, склонность 25–30°.

АО 0–3 – прошлогодний опад в смеси с разотравием.

АУvз 3–8 – коричневатого-бурый, зернисто-комковатый, тяжелосуглинистый, рыхлый, много корней, биологически обработан, мелкие камни, сухой.

АУvрз 8–31 – коричневатого-бурый, структура не выражена, тяжелосуглинистый, рыхлый, корней мало, очень много камней, сухой, переход заметный.

ВМрса 31–42 – то же, что и горизонте 8–31.

В/Сса 42 – ниже – чуть светлее, бесструктурный, делювиально-пролювиальные отложения, много обломков выветренных пород.

Из морфологического описания установлено, что для этих почв характерны темно-буровато-коричневая окраска, высокая оглиненность в средней части профиля, комковатая структура, ясная выраженность генетических горизонтов, плотное сложение, наличие карбонатных прожилок по всему профилю, ржавые пятна в нижележащих горизонтах.

Горно-коричневые карбонатные почвы содержат 1,2–3,6 % гумуса, который равномерно снижается по профилю почв (табл. 1).

Таблица 1

Основные свойства горно-коричневых (*Kastanozems*) почв / The main properties of mountain-brown (*Kastanozems*) soils

Разрез	Глубина, см	Гигроскопическая влажность, %	pH	Гумус, %	Азот, %	C:N	CO ₂	CaCO ₃	Поглощенный		
									Ca, мг-экв/100 г почвы	Mg, мг-экв/100 г почвы	Na, мг-экв/100 г почвы
318, ГКч ^в , Габала	AUvz 4–35	7,15	7,0	5,07	0,46	6,4	Нет	Нет	38,71	12,05	не опр.
	BMpvz 35–55	6,80	7,3	3,86	0,35	6,4	–	–	37,14	10,73	–
	BMgpve 55–81	5,35	7,6	2,01	0,23	5,1	–	–	27,93	8,40	–
	CL 81–115	3,03	7,6	1,92	0,14	7,2	–	–	20,05	9,20	–
463, ГКч ^в , Ках	AUa ^в vz 3–21	3,6	6,2	3,53	0,25	8,2	Нет	Нет	16,00	6,00	0,60
	AUa ^в vz 21–42	3,9	5,9	3,18	0,23	8,0	Нет	Нет	10,50	5,50	0,70
	A/BMv 42–69	3,6	6,0	2,80	0,21	7,7	Нет	Нет	9,00	5,00	0,40
	BMg 69–107	3,3	5,8	2,46	0,19	7,5	Нет	Нет	6,50	4,00	0,50
	B/C _{песок} 107–180	3,4	6,1	1,55	0,13	6,9	Нет	Нет	5,00	3,50	0,70
	C _{песок} 180–205	3,0	6,3	1,08	0,10	6,2	Нет	Нет	4,00	3,00	0,80
К-504, ГКч ^г , Закатала	AUvz 0–9	4,1	7,5	11,0	0,72	8,02	1,13	2,59	19,25	9,00	0,30
	AUvzp 9–31	4,4	7,3	4,62	0,32	7,58	0,38	0,86	17,50	7,13	0,25
	A/Bvpг 31–65	5,1	7,4	2,01	0,16	6,60	0,56	1,28	15,50	7,63	0,38
	BMvgpca 65–83	5,2	7,4	2,07	0,16	6,80	0,56	1,28	16,75	7,25	0,40
	B/Cpгca 83–110	5,3	7,3	1,69	0,14	6,34	0,38	0,86	17,38	7,00	0,25
	CLca 110–150	5,5	7,6	2,39	0,18	6,97	2,47	5,61	19,25	8,50	0,30
468, ГКч ^{ок} , Ках	AYa ^в vzca 0–19	4,8	7,3	2,44	0,18	7,9	4,74	10,77	15,00	6,00	0,70
	AYa ^в vzca 9–38	4,6	7,4	2,04	0,16	7,4	5,12	11,67	12,00	5,50	0,60
	A/Bvpca 38–57	4,9	7,5	1,68	0,14	7,0	5,47	12,43	14,50	6,50	0,65
	BMvca 57–78	5,1	7,6	1,54	0,13	6,8	5,84	13,27	16,50	7,00	0,80
	B/Cpca 78–93	5,4	7,6	1,48	0,11	6,6	6,03	13,72	18,00	9,00	0,90
	CLpca 93 – ниже	5,2	7,9	1,10	0,10	6,3	6,41	14,67	16,00	8,50	0,80
469, ГКч ^к , Ках	AUvz 3–8	4,4	7,2	3,60	0,25	8,3	4,93	11,20	24,5	11,0	0,8
	AYvpz 8–31	3,0	7,4	2,54	0,19	7,7	5,28	12,00	16,0	7,5	0,7
	BMpca 31–42	3,3	7,6	1,98	0,16	7,2	5,84	13,27	9,0	5,0	0,5
	B/Cca 42 – ниже	3,7	8,0	1,24	0,11	6,5	6,60	15,00	8,0	5,5	0,6
304, ГКч ^{ок к} , Исмаиллы	AUavz 0–36	9,87	8,00	3,62	0,26	8,0	2,80	6,36	23,64	4,65	Не опр.
	A/Bcap 36–97	8,51	8,10	3,00	0,22	7,9	10,02	22,77	19,59	3,62	–
	BMca 97–132	9,38	8,13	1,34	0,12	6,5	8,71	19,80	18,93	5,13	–
	Cca 132–180	7,69	8,11	1,24	0,11	6,5	14,40	32,72	21,65	4,25	–
	C/Dcag 180–217	7,26	8,21	1,16	0,11	6,1	11,67	26,54	15,63	2,70	–
303, ГК ^{ос ок} , Исмаиллы	AUavz 0–37	10,82	Не опр.	4,45	0,31	8,3	Нет	Нет	30,17	4,15	Не опр.
	A/Bvz 37–92	12,23	–	1,65	0,07	8,0	3,85	8,80	33,30	3,32	–
	BMca 92–135	10,73	–	1,34	0,12	6,5	–	–	22,21	3,27	–
	B/CLca 135–190	8,68	–	0,72	0,08	5,2	4,67	10,62	28,43	2,18	–
314, ГК ^{ос ок} , Исмаиллы	AUa ^в v 0–28	7,62	7,6	3,72	0,26	8,3	0,19	0,44	25,25	3,89	Не опр.
	AUa ^в v 28–45	8,07	7,7	3,36	0,24	8,1	0,39	0,89	31,49	6,71	–
	BMca 45–98	7,86	7,9	3,23	0,24	7,8	2,32	5,28	32,00	3,72	–
	B/Cgca 98–142	7,30	8,0	2,43	0,19	7,4	0,96	2,19	25,80	2,37	–
	CLca 142–203	7,15	8,0	1,91	0,15	7,4	0,78	1,77	22,90	5,30	–

Количество валового азота в пределах верхних горизонтов не превышает 0,19–0,25 %, отношение C:N (7,7–8,3) свидетельствует о разложении органической части почвы. По имеющимся литературным данным, состав гумуса гуматный, отношение Стк:Сфк >1. Гуминовые и фульвокислоты преимущественно связаны с кальцием и представлены гуматно-кальциевыми органоминеральными соединениями. По содержанию обменных основа-

ний описываемые почвы насыщенные, емкость поглощения составляет 36,3–24,2 мг-экв/100 г почвы. Карбонаты присутствуют по всему профилю. В среднем содержание CO₂ в горизонте AUvz не превышает 4,93–5,3 %. Увеличиваясь с глубиной, реакция почвенного раствора слабощелочная. По гранулометрическому составу относится к средне-тяжелосуглинистым и глинистым типам (табл. 2).

Таблица 2

**Гранулометрический состав горно-коричневых (*Kastanozems*) почв, % /
Granulometric composition of mountain-brown (*Kastanozems*) soils, %**

Разрез	Глубина, см	Диаметр частиц, мм						
		1–0,25	0,25–0,05	0,05–0,01	0,01–0,005	0,005–0,001	<0,001	<0,01
318, ГКч ^а , Габала	AUvz 4–35	7,64	4,18	8,42	24,03	26,09	30,14	80,26
	BMpvz 35–55	4,11	5,40	8,19	23,10	27,13	32,07	82,30
	BMgpve 55–81	6,26	7,24	10,46	18,07	20,07	37,91	76,04
	CL 81–115	9,23	4,50	13,00	18,29	22,11	28,32	66,72
463, ГКч ^а , Ках	AUa ^в vz 3–21	1,16	36,04	21,20	17,94	13,48	8,86	38,14
	AUa ^в vz 21–42	1,54	41,78	18,54	15,16	14,12	9,48	37,00
	A/BMv 42–69	1,62	38,70	22,68	18,52	9,00	10,56	34,32
	BMg 69–107	1,86	48,08	15,74	13,40	10,36	7,46	35,16
	B/C ^{песок} 107–180	1,72	44,02	19,10	16,12	11,58	8,80	33,42
	C ^{песок} 180–205	2,04	46,22	18,32	14,38	10,14	–	–
К-504, ГКч ^г , Закатала	AUvz 0–9	1,00	36,66	22,80	17,08	13,92	9,04	39,44
	AUvzp 9–31	1,00	32,70	23,56	19,42	15,20	8,12	42,74
	A/Bvpg 31–65	0,99	26,87	22,80	20,10	17,16	12,08	49,39
	BMvgpca 65–83	0,65	23,87	25,08	21,08	17,44	11,68	50,20
	B/Cgpc 83–110	0,74	29,78	24,92	21,32	16,10	14,09	51,56
	CLca 110–150	0,63	20,23	24,68	22,30	19,16	13,00	54,46
468, ГКч ^{ок} , Ках	AYa ^в vzca 0–19	0,96	29,20	23,72	18,42	15,74	12,46	46,12
	AYa ^в vzca 19–38	0,90	30,94	24,16	19,30	14,52	10,18	44,00
	A/Bvpca 38–57	0,85	26,15	25,30	20,16	15,33	10,24	47,70
	BMvca 57–78	0,76	24,82	24,88	20,20	16,04	13,30	49,54
	B/Cpca 78–93	0,65	21,15	25,72	21,00	17,20	14,28	52,48
	CLpca 93 – ниже	0,63	24,37	24,44	20,32	17,14	13,10	50,56
469, ГКч ^к , Ках	AUvz 3–8	1,00	31,98	24,80	17,30	14,16	10,80	42,26
	AYvpz 8–31	2,12	43,72	25,92	13,00	10,18	5,16	28,34
	BMpca 31–42	2,30	40,22	26,08	14,08	11,14	6,18	31,40
	B/Cca 42 – ниже	1,84	36,54	25,94	15,48	12,04	8,16	35,68
304, ГКч ^{ок к} , Исмаиллы	AUavz 0–36	0,22	5,66	29,00	22,80	5,84	36,40	65,04
	A/Bcap 36–97	1,17	9,95	22,88	17,60	16,56	31,84	66,00
	BMca 97–132	Нет	8,00	12,88	31,76	21,96	25,40	79,12
	Cca 132–180	0,11	3,73	27,76	17,36	26,00	25,04	68,40
	C/Dcag 180–217	0,02	5,94	24,36	15,44	31,62	22,56	69,68
303, ГК ^{ос ок} , Исмаиллы	AUavz 0–37	0,24	4,64	23,72	13,00	11,64	46,76	71,40
	A/Bvz 37–92	Нет	4,80	26,40	10,00	24,00	34,80	68,80
	BMca 92–135	–	13,48	23,52	14,00	2,76	46,24	58,00
	B/CLca 135–190	0,73	1,91	33,36	23,20	10,80	30,00	64,00

Горно-коричневые карбонатные окультуренные почвы (разрез № 304) (*Anthric Calcic Kastanozems*).

Наряду с целинными почвами исследованы окультуренные варианты горно-коричневых карбонатных окультуренных почв. Разрез заложен в Исмаиллинском районе, 680 м над уровнем моря, 40°44'21.63"N, 48°15'03.63"E, наклонность 10°. Пшеничное поле.

AUavz 0–36 – темно-коричневый, глинистый, рыхлый, зернисто-комковатый, много корней, червоходы, биологический обработанный, сухой, переход постепенный.

A/Bcap 36–97 – темно-коричневый, глинистый, плотный, зернисто-комковатый, мелкие камни,

карбонатные мицеллы, вскипает, переход постепенный.

BMca 97–132 – коричневый, легкоглинистый, зернистый, карбонаты, плотный, вскипает, переход ясный.

Cca 132–180 – желтоватый, глинистый, белоглазки.

C/Dcag 180–217 – желтоватый, глинистый, ржавые пятна, белоглазки.

Из морфологического описания горно-коричневых карбонатных окультуренных почв видна хорошая дифференциация почвенного профиля. Толщина верхнего пахотного слоя составляет около 40 см, цвет темный, структура зернисто-комковатая. Все слои профиля плотные, за исключением верхнего. Карбонатные образования за-

метны в виде белоглазок и мицелий. Количество карбонатов увеличивается вниз по профилю. Окультуренные горно-коричневые карбонатные почвы распространены на освоенных территориях. Они имеют более мощный мелкоземистый слой, гумусовый профиль растянут, хорошо агрегирован. В отличие от целинных вариантов окультуренные почвы характеризуются повышенным содержанием валового гумуса в горизонте АUa'vp (3,62 %), количество которого плавно снижается вниз по профилю почвы. Достаточное количество гумуса обнаруживается на глубине ниже 90–100 см, что, вероятно, связано с проникновением корней в более глубокие слои почвы. Валовое содержание азота составляет 0,12–0,26 %, соотношение C:N (6,5–8,0) свидетельствует о глубоком разложении органического вещества почвы. Почвы относятся к гуматному-гуматно-фульватному типу гумуса. Гумусовые вещества в основном связаны с Са. Карбонаты присутствуют по всему профилю, отличаются повышенным содержанием и вниз по профилю увеличиваются. Количество CO₂ изменяется от 2,8 до 14,4 %. Реакция почвенной среды доходит до 8,0–8,2. Емкость поглощения немного больше (24–28 мг-экв/100 г почвы), чем в коричневых карбонатных почвах. В поглощающем комплексе содержание катиона Са превышает содержание катиона Mg. По гранулометрическому составу горно-коричневые карбонатные окультуренные почвы хорошо дифференцированы. Содержание илистой фракции в горизонте АUavz составляет 36,4 % и равномерно уменьшается с глубиной, а физической глины – 65,04 %. В гранулометрическом составе видно некоторое увеличение фракции (0,005–0,01 и 0,01–0,005 мм) крупной и средней пыли.

По международной классификации почв мира горно-коричневые карбонатные почвы можно выразить так: *Calcic Chernic Vermic Kastanozems (Chromic, Dystric, Eutric, Skeletic, Siltic)*.

Горно-коричневые карбонатные окультуренные почвы: *Calcic Vermic Anthric Kastanozems (Clayic, Dystric, Siltic)*.

Горно-коричневые остепненные почвы (*Haplic Kastanozems*). Ареал остепненных почв довольно широк, они всегда примыкают к лесной зоне. Как отмечает Г.А. Алиев, остепненные лесные почвы сформировались в результате деятельности человека [10]. Уничтожение лесов происходило в основном с нижней части лесной зоны, где благоприятные климатические условия способствовали развитию сельскохозяйственных культур, рельеф доступен как для обработки земель, так и для перевозки леса. На таких вырубленных массивах формировались почвы не степного, а

лугово-лесного типа. Значительная площадь остепненных почв занимает нижнюю часть юга от границ Грузии до Шемахинского нагорья. Остепненные коричневые почвы почти повсеместно заняты под сельскохозяйственные культуры, а иногда они используются под летние пастбища. Горно-коричневые остепненные почвы распространены в сухих изреженных лесах низкогоья, приурочены к лесным поясам или оголенным участкам по нижней границе леса. Процесс остепнения проявляется на характерно увлажненных северных и северо-западных склонах.

В основном описываемые почвы окультуренные. Для представителей горно-коричневых остепненных почв характерна следующая структура профиля: АUvz-ВMсave-BCA-СсаL.

Заложенные разрезы № 303 и 314 характеризуют горно-коричневую остепненную окультуренную почву. Разрез № 303 заложен в Исмаиллинском районе, на высоте 715 м над уровнем моря, 40°45'12.64"N, 48°06'54.17"E. Территория используется под зерновые культуры.

АUavz 0–37 – коричневый, тяжелоглинистый, рыхлый, ореховато-зернистый, корни, червороины, влажноватый, переход постепенный.

А/Bvz 37–92 – темно-коричневый, глинистый, ореховато-зернистый, червоходы, влажный, вскипает, переход ясный.

ВMca 92–135 – желтовато-коричневый, глинистый, плотный, изредка видны карбонаты, комковатый, влажноватый, переход постепенный.

В/CLca 135–190 – светло-коричневый, влажноватый, бесструктурный, глинистый, вскипает, переход ясный.

CL 190 – ниже – палевый, бесструктурный, песчаный, карбонаты, влажноватый, вскипает, элювиально-делювиальные отложения.

Из морфологического описания разреза № 303 следует отметить дифференциацию профиля, выделение метаморфического горизонта, имеющего плотное строение, карбонаты выделяются с верхнего аккумулятивного горизонта. Горно-коричневые остепненные окультуренные почвы имеют высокую гигроскопическую влажность.

Разрез № 314 горно-коричневой остепненной окультуренной почвы был заложен в Исмаиллинском районе, на высоте 697 м над уровнем моря, 40°42'26.97"N, 47°58'57.59"E.

АUa'v 0–28 – темно-коричневый, глинистый, плотный, крупнокомковатый, корни, влажноватый, переход постепенный.

АUa"v 28–45 – коричневатый-черный, глинистый, глыбистый, плотный, корни, единично карбонаты, суховатый, переход ясный.

ВМса 45–98 – желтовато-бурый, глинистый, рыхлый, ореховато-комковатый, корни, карбонатные мицеллы, влажноватый, вскипает, переход ясный.

В/Сгса 98–142 – темно-бурый, глинистый, рыхлый, комковатый, карбонатные мицеллы, встречаются ржавые пятна, вскипает.

CL 142–203 – желтовато-светло-бурый, тяжело-суглинистый, рыхлый, карбонатные мицеллы, свежий, изредка камни, вскипает.

CLса 203–250 – светло-желтый, карбонатные известняковые суглинки, мелкие камни, влажноватый, вскипает.

Из морфологического описания разреза № 314 видно, что эти почвы темного цвета содержат достаточное количество гумуса, который равномерно распределяется вниз по профилю, имеют плотное строение верхних горизонтов. Содержание валового гумуса в горизонте АUа составляет 3,72 % (табл. 1), в некоторых случаях равномерное падение вниз по профилю гумуса показывает сходство со степными почвами, а резкое падение – с лесными почвами. Содержание общего азота составляет 0,26 %, отношение C:N узкое – 8,3, это в некоторой степени свидетельствует о благоприятных условиях гумификации органического вещества почвы. Состав гумуса гуматный и гуматно-фульватный. Соотношение C_{гк}:C_{фк} выше единицы или ближе к единице.

По содержанию СаСО₃ эти почвы иногда выщелочены с поверхности, а иногда карбонаты присутствуют в небольшом количестве с поверхности. Реакция почвенной среды щелочная. Почвы насыщены основаниями. Поглощающий комплекс составляет 30 мг-экв/100 г почвы.

По международной классификации почв мира горно-коричневые остепнённые окультуренные почвы можно выразить так: *Chermic, Calcic, Vermic Anthric Kastanozems (Clayic, Dystric, Eutric)*.

В агропроизводственном отношении горно-коричневые остепненные окультуренные почвы относятся к высокобонитетным. Повсеместно осваиваются под сельскохозяйственные культуры и сады.

Выводы

Изучено современное состояние горно-коричневых выщелоченных, типичных, карбонатных, остепнённых почв и их окультуренных вариантов. В горных районах среди лесных почв больше всего подверглись изменению коричневые лесные почвы. Большие массивы горно-коричневых почв в значительной степени остепнены и используются под земледелие и садоводство.

Впервые была сделана попытка дать название горно-коричневому (горно-коричневые выщелочен-

ные, горно-коричневые типичные, горно-коричневые карбонатные, горно-коричневые остепненные) почвам по международной классификации почв на основе реферативной базы (WRB) 2015 г.

Литература

1. Stolbovoi V., McCallum I. CD-ROM Land Resources of Russia. Laxenburg: Institute for Applied Systems Analysis and the Russian Academy of Science, Austria, 2002.
2. Зонн С.В. Горно-лесные почвы Северо-Западного Кавказа. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1950. 333 с.
3. Наумов В.Д. География почв. Почвы тропиков и субтропиков. М.: Инфра, 2014. 173 с.
4. Изюмов А.Н. Коричневые горно-лесные почвы восточной части Малого Кавказа // Тр. совещания по вопросам генезиса, классификации, географии и мелиорации почв Закавказья. Баку, 1955. С. 103–107.
5. World Reference Base for Soil Resources 2014. International Soil Classification System for Naming Soils and Creating Legends for Soil Maps. Rome, 2015. Vol. 106. P. 10–11.
6. Гаджиев В.Д. Высокогорная растительность Большого Кавказа. Баку: Элм, 1970. 278 с.
7. Бабаев М.П., Джафарова Ч.М., Джафаров А.М., Гусейнова С.М., Касумов Х.М. Почвенный покров Большого Кавказа. Баку: Элм, 201. 344 с.
8. Салаев М.Э. Диагностика и классификация почв Азербайджана. Баку: Элм, 1991. 238 с.
9. Вальков В.Ф., Казеев К.Ш., Колесников С.И. Почвоведение : учебник для вузов. М.: Ростов н/Д. : МарТ, 2004. 496 с.
10. Алиев Г.А. Лесные и лесостепные северо-восточной части Большого Кавказа (в пределах Азербайджанской ССР). Баку : Элм, 1964. 147 с.
11. Бабаев М.П., Гасанов В.Г., Джафарова Ч.М., Гусейнова С.М. Морфогенетическая диагностика, номенклатура и классификация почв Азербайджана. Баку: Элм, 2011. 452 с.
12. Мадатзаде А.А., Шихлинский Э.М. Климат Азербайджана. Баку: Элм, 1968. 327 с.
13. FAO. Guidelines for Soil Description. 4th edition. Rome, 2006.
14. Розанов Б.Г. Морфология почв. М. : Изд-во МГУ, 1983. 320 с.
15. Ариунукина Е.В. Руководство по химическому анализу почв. М. : Изд-во МГУ, 1970. 487 с.
16. Методические рекомендации по изучению показателей плодородия почв, баланса гумуса и питательных веществ в длительных опытах. М. : Почвенный ин-т им. В.В. Докучаева, 1987. 78 с.
17. Минеев В.Г. Практикум по агрохимии / под ред. В.Г. Минеева. М. : Изд. МГУ, 1989. 304 с.
18. Морфогенетические профили почв Азербайджана. Баку: Ин-т почвоведения и агрохимии, 2004. 54 с.

19. Бабаев М.П. Орошаемые почвы Кура-Араксинской низменности и их производительная способность. Баку: Элм, 1984. 173 с.

20. Классификация и диагностика почв СНГ. М., 1997.

References

1. Stolbovoi V., McCallum I. *CD-ROM Land Resources of Russia*. Laxenburg: Institute for Applied Systems Analysis and the Russian Academy of Science, Austria, 2002.
2. Zonn S.V. *Gorno-lesnye pochvy Severo-Zapadnogo Kavkaza* [Mountain-forest soils of the North-Western Caucasus]. Moscow; Leningrad: Izd-vo AN SSSR, 1950, 333 p.
3. Naumov V.D. *Geografiya pochv. Pochvy tropikov i subtropikov* [Soil geography. Soils of the tropics and subtropics]. Moscow: Infra, 2014, 173 p.
4. Izyumov A.N. [Brown mountain-forest soils of the Eastern part of the Lesser Caucasus]. *Tr. soveshchaniya po voprosam genezisa, klassifikatsii, geografii i melioratsii pochv Zakavkaz'ya* [Proceedings of the meeting on Genesis, classification, geography and soil reclamation of the Transcaucasus]. Baku, 1955, pp. 103-107.
5. *World Reference Base for Soil Resources 2014. International Soil Classification System for Naming Soils and Creating Legends for Soil Maps*. Rome, 2015, vol. 106, pp. 10-11.
6. Gadzhiev V.D. *Vysokogornaya rastitel'nost' Bol'shogo Kavkaza* [Alpine vegetation of the Greater Caucasus]. Baku: Elm, 1970, 278 p.
7. Babaev M.P., Dzhaferova Ch.M., Dzhaferov A.M., Guseinova S.M., Kasumov Kh.M. *Pochvennyi pokrov Bol'shogo Kavkaza* [The soil cover of the Greater Caucasus]. Baku: Elm, 2017, 344 z.
8. Salaev M.E. *Diagnostika i klassifikatsiya pochv Azerbaidzhana* [Diagnosis and classification of soils of Azerbaijan]. Baku: Elm, 1991, 238 p.
9. Val'kov V.F., Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I. *Pochvovedenie* [Soil science]. Textbook. Moscow; Rostov-on-Don: MarT, 2004, 496 p.
10. Aliev G.A. *Lesnye i lesostepnye severo-vostochnoi chasti Bol'shogo Kavkaza (v predelakh Azerbaidzhanskoi SSR)* [Forest and forest-steppe of the North-Eastern part of the Greater Caucasus (within the Azerbaijan SSR)]. Baku: Elm. 1964, 147 p.
11. Babaev M.P., Gasanov V.G., Dzhaferova Ch.M., Guseinova S.M. *Morfogeneticheskaya diagnostika, nomenklatura i klassifikatsiya pochv Azerbaidzhana* [Morphogenetic diagnostics, nomenclature and classification of soils of Azerbaijan]. Baku: Elm, 2011, 452 p.
12. Madatzade A.A., Shikhlin'skii E.M. *Klimat Azerbaidzhana* [Climate of Azerbaijan]. Baku: Elm, 1968, 327 p.
13. *FAO. Guidelines for Soil Description*. 4th edition. Rome, 2006.
14. Rozanov B.G. *Morfologiya pochv* [The morphology of the soil]. Moscow: Izd-vo MGU, 1983, 320 p.
15. Arinushkina E.V. *Rukovodstvo po khimicheskomu analizu pochv* [Guide to soil chemical analysis]. Moscow: Izd-vo MGU, 1970, 487 p.
16. *Metodicheskie rekomendatsii po izucheniyu pokazatelei plodorodiya pochv, balansa gumusa i pitatel'nykh veshchestv v dlitel'nykh opytakh* [Guidelines for the study of soil fertility, humus balance and nutrients in long-term experiments]. Moscow: Pochvennyi in-t im. V.V. Dokuchaeva, 1987, 78 p.
17. Mineev V.G. *Praktikum po agrokhimii* [Workshop on agricultural chemistry]. Ed. V.G. Mineev. Moscow: Izd. MGU, 1989, 304 p.
18. *Morfogeneticheskie profili pochv Azerbaidzhana* [Morphogenetic soil profiles of Azerbaijan]. Baku: In-t pochvovedeniya i agrokhimii, 2004, 54 p.
19. Babaev M.P. *Oroshaemye pochvy Kura-Araksinskoi nizmennosti i ikh proizvoditel'naya sposobnost'* [Irrigated soils of Kura-Araks lowland and their productive capacity]. Baku: Elm, 1984, 173 p.
20. *Klassifikatsiya i diagnostika pochv SNG* [Classification and diagnostics of soils of the UIS]. Moscow, 1997.

УДК 551.435.425; 581.9

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-67-75

ТРАВЯНАЯ РАСТИТЕЛЬНОСТЬ НА ВЫСТУПЕ ЛЕДНИКОВОГО ЛОЖА ТРОГОВОЙ ДОЛИНЫ Р. ТЕБЕРДЫ (СЕВЕРНЫЙ КАВКАЗ)

© 2019 г. О.Н. Демина¹, П.А. Кипкеева¹, Ю.Я. Потапенко¹, Ф.М. Борлакова¹

¹Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева, Карачаевск, Россия

GRASS VEGETATION ON THE LEDGE OF THE GLACIAL LODGE OF THE THROUGH VALLEYS RIVER TEBERDA (NORTH CAUCASUS)

O.N. Demina¹, P.A. Kipkeeva¹, Yu.Ya. Potapenko¹, F.M. Borlakova¹

¹Aliyev Karachay-Cherkess State University, Karachaevesk, Russia

Демина Ольга Николаевна – доктор биологических наук, профессор, кафедра биологии и химии, естественно-географический факультет, Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева, ул. Ленина, 29, г. Карачаевск, КЧР, 369202, Россия, e-mail: ondemina@yandex.ru

Olga N. Demina - Doctor of Biological Sciences, Professor, Department of Biology and Chemistry, Natural and Geographical Faculty, Aliyev Karachay-Cherkess State University, Lenina St., 29, Karachaevesk, KCR, 369202, Russia, e-mail: ondemina@yandex.ru

Кипкеева Палистан Аубекировна – кандидат географических наук, доцент, кафедра физической и экономической географии, естественно-географический факультет, Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева, ул. Ленина, 29, г. Карачаевск, КЧР, 369202, Россия, e-mail: kipkeeva62@mail.ru

Palistan A. Kipkeeva - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of Physical and Economic Geography, Natural and Geographical Faculty, Aliyev Karachay-Cherkess State University, Lenina St., 29, Karachaevesk, KCR, 369202, Russia, e-mail: kipkeeva62@mail.ru

Потапенко Юрий Яковлевич – доктор геолого-минералогических наук, профессор, кафедра физической и экономической географии, естественно-географический факультет, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, ул. Ленина, 29, г. Карачаевск, КЧР, 369202, Россия, e-mail: nupotap@yandex.ru

Yury Ya. Potapenko - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Department of Physical and Economic Geography, Natural and Geographical Faculty, Aliyev Karachay-Cherkess State University, Lenina St., 29, Karachaevesk, KCR, 369202, Russia, e-mail: nupotap@yandex.ru

Борлакова Фатима Магомедовна – старший преподаватель, кафедра биологии и химии, естественно-географический факультет, Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева, ул. Ленина, 29, г. Карачаевск, КЧР, 369202, Россия, e-mail: fatimad@mail.ru

Fatima M. Borlakova - Senior Lecturer, Department of Biology and Chemistry, Natural and Geographical Faculty, Aliyev Karachay-Cherkess State University, Lenina St., 29, Karachaevesk, KCR, 369202, Russia, e-mail: fatimad@mail.ru

Приведены новые данные о строении днища троговой долины р. Теберды в пределах Среднетебердинского ландшафта. Уточнена схема расчленения надпойменных террас и обосновано отнесение к ледниковому ложу (бараний лоб) выступа палеозойских сланцев на площади V террасы. Поверхности террас испытывают максимальные антропогенные нагрузки (автодорога, населенный пункт, пастбища). Террасы представлены серией субгоризонтальных площадок с возрастом от 10 до 90 тыс. лет. Поверхность бараньего лба, находящегося в 1,75 км южнее поселения Верхняя Теберда, освободилась от ледяного покрова около 100 тыс. лет назад. Ещё более древними являются поверхности склонов, сложенные коренными породами. Впервые изученная травяная растительность бараньего лба представлена тремя сообществами: подорожничково-типчаковой степью, разнотравно-злаковой луговой степью, переходящей в остепненный луг, и дубровниково-чабрецово-типчаковой петрофитной растительностью. Различия в видовом составе обусловлены в основном разной крутизной и экспозицией склонов. Экосистема обнаруживает признаки перевыпаса. По степени антропоизации растительность бараньего лба соответствует субклимаксовой стадии с ассоциациями коренных и мнимокоренных сообществ. На поверхности V террасы, используемой с 1991 г. в качестве нерегулируемого пастбища, антропоизация степной растительности достигла проценолитической стадии. По совокупности геологических, геоморфологических и ботанических па-

раметров объекту, «бараний лоб», следует присвоить статус памятника природы. Он представляет интерес и для туристов, а также в качестве учебного объекта для студентов географических, биологических, экологических и геологических специальностей.

Ключевые слова: ландшафт, днище трога, террасы, бараний лоб, ассоциация.

Given new data on the structure of the bottom trough of the valley of the river Teberda within the Middle Teberda landscape. The scheme of dismemberment of floodplain terraces is clarified and the reference to the glacier bed (sheep's forehead) of the Paleozoic shale ledge on the V terrace area is justified. The surface of the terraces are experiencing maximum anthropogenic load (highway, town, pasture). The terraces are represented by a series of subhorizontal sites with the age from 10 to 90 thousand years. The surface of the sheep's forehead, located 1.75 km South of the settlement of Upper Teberda, freed from the ice cover about 100 thousand years ago. Even more ancient are the surfaces of the slopes, composed of bedrock. First studied herbaceous vegetation the sheep's forehead is represented by three communities: plantain-fescue steppe, forb-grass meadow steppe, turning into a steppe meadow and dubrovnik-thyme-fescue petrophytic vegetation. Differences in species composition are mainly due to different steepness and exposure of slopes. The ecosystem is showing signs of overgrazing. According to the degree of anthropization, the vegetation of the sheep's forehead corresponds to the sub-climax stage with associations of indigenous and imaginary communities. On the surface of the V terraces has used since 1991 as an unregulated grazing, the anthropization of steppe vegetation reached percentile stage. According to the set of geological, geomorphological and botanical parameters of the object sheep's forehead should be given the status of a natural monument. It is of interest for tourists and as an educational facility for students of geographical, biological, environmental and geological specialties.

Keywords: landscape, bottom of the trough, terraces, sheep's forehead, association.

Введение

Бассейн р. Теберды, левого притока Кубани, расположен на северном макросклоне Большого Кавказа. С юга бассейн ограничен Главным (Водораздельным) хребтом высотой 3600–4046 м, с востока и запада – водоразделами с другими притоками р. Кубани. Субмеридиональное русло р. Теберды является консеквентным по отношению к субширотным морфоструктурам Большого Кавказа. С юга на север река пересекает три морфоструктуры: Главный хребет, Передовой хребет и Северо-Юрскую депрессию. Главный хребет сложен древними кристаллическими сланцами, вмещающими верхнепалеозойские граниты; Передовой хребет представляет собой тектонический блок сложноскладчатых пород среднего и верхнего палеозоя: Северо-Юрская депрессия – область развития полого залегающих осадочных толщ нижне-среднеюрского возраста [1]. Рельеф бассейна преимущественно высокогорный, севернее поселения Нижняя Теберда – среднегорный.

С начала XX в. р. Теберда благодаря хорошей дороге является самым доступным, а с середины XX в. из-за альпийских красот – наиболее посещаемым притоком Кубани. По этой причине бассейн Теберды оказался детально изученным в гидрологическом, геологическом и ландшафтном отношениях. Ведущий ландшафтовед СССР А.Г. Исаченко [2] на примере долины Теберды предложил методику выделения горных ландшафтов. Лесной пояс долины, занимающий скло-

ны в интервале высоты 850–200 м, подразделен им на Нижне-, Средне- и Верхнетебердинский ландшафты. Долина реки в пределах морфоструктуры Главного хребта с 1936 г. относится к Тебердинскому заповеднику, растительный и животный мир которого всесторонне изучен сотрудниками заповедника совместно с коллегами из МГУ. В 2009 г. ставропольские географы опубликовали детальную ландшафтную карту заповедника [3].

На этом фоне наименее изученным оказалось днище долины Теберды, которое испытывает максимальные антропогенные нагрузки.

Объект исследования. Днище троговой долины р. Теберды, входящее в Среднетебердинский ландшафт, по А.Г. Исаченко [2], и включающее серию террас и выступ ледникового ложа. Литогенной основой ландшафта являются сложнорасчлененные толщи пород среднего и верхнего палеозоя.

Предмет исследования – травяная растительность днища долины, включающего террасы и бараний лоб.

Методы и материалы исследования

В 2010–2017 гг. авторы проводили геоморфологические, ландшафтные и геоэкологические исследования на всей территории долины р. Теберды. Полученные данные частично опубликованы [4, 5]. В 2015 и 2016 гг. были изучены травянистые растения днища долины в пределах Среднетебердинского ландшафта.

Полевые наблюдения включали описание почв, составление профилей террас, сбор гербария с определением степени покрытия.

Описания растений выполнялись на площадках размером 100 м² по общепринятым стандартным методикам [6]. Для обработки валовой таблицы геоботанических описаний использовались пакеты программ IBIS [7], TURBOVEG [8]. Данные по проективному покрытию видов переводились в баллы и в описаниях представлены следующей шкалой: + – менее 1 %, 1 – 1–4 %, 2 – 5–9, 3 – 10–24, 4 – 25–49, 5 – 50–74, 6 – 75–100 %. Названия сосудистых растений даны по С.К. Черепанову [9].

Результаты работ и их обсуждение

Геоморфология днища долины. Река Теберда, образуемая при слиянии истоков Аманауз и Гонначхир, впадает в р. Кубань в районе г. Карачаевска. Длина реки – 61 км. Бассейн реки имеет форму треугольника с шириной основания до 30 км и меридиональную ориентировку; площадь водосбора 1080 км² [10].

Основные истоки реки находятся в высокогорной зоне Главного хребта. Река Аманауз принимает два субширотных боковых притока – Алибек и Домбай-Ельген. В месте впадения притоков расширение долины носит название Домбайская поляна. Отсюда по направлению на север в морфоструктурах Главного и Передового хребтов долина имеет типичный троговый характер. В стадию максимального развития четвертичного оледенения долинный ледник достигал устья р. Амгаты, левого притока р. Теберды, что устанавливается по валунам боковых морен. Его длина достигала 38 км.

В настоящее время днище трога между Домбайской поляной и городом-курортом Теберда заполнено ледниковыми грубообломочными отложениями – гляциофлювиалом (донная и боковые морены). В северной части г. Теберда находится Кара-Кельская конечная морена, зафиксировавшая остановку отступавшего ледника. Далее вниз по течению гляциофлювиал переработан водными потоками, вследствие чего днище долины Теберды террасировано. Террасы изучались рядом исследователей начиная с 1920-х гг. Наши полевые наблюдения в целом подтверждают вариант А.В. Кожевникова [11]. По его схеме в районе г. Теберда выражены одна голоценовая (4,5–6 м) и три верхнеплейстоценовые II (8–10 м), III (12–14,5 м), IV (17 м и более) террасы. Четвертая терраса в отдельных местах состоит из нескольких ступеней. В отличие от А.В. Кожевникова мы выделяем две голоценовые террасы, первая из которых имеет высоту 1,5–2 м. Соответственно, номера более высоких террас возрастают на единицу. Все террасы считаются стадийными, т.е. образовавшимися в определенные стадии похолодания (ледниковья) и межледниковья, во временном интервале 10–90 тыс. лет.

Террасы, наблюдаемые близ г. Теберда, сопоставляют с голоценом и вюрмом (10–90 тыс. лет) Альп [12]. В разных сочетаниях они выражены и ниже по течению в пределах Среднетебердинского ландшафта. Здесь, на площади развития V террасы на левобережье Теберды, в 4,3 км к северу от устья р. Муху, есть, по-видимому, единственный для аллювиального рельефа троговых долин бассейна Кубани реликт ложа ледникового трога (рис. 1–3).



Рис. 1. Бараний лоб, выступающий над поверхностью V надпойменной террасы / Fig. 1. Sheep's forehead protruding over the surface of the V terrace above the floodplain



Рис. 2. Ледниковый валун пегматитов, принесенный ледником из морфоструктуры Главного хребта / Fig. 2. Glacial boulder of pegmatite, brought by the glacier from the morphological structure of the Main ridge

В приустьевой части крупной балки, берущей начало между вершинами Ачиштараша (2829 м) и Лысая (2681 м), располагается широкая полого-наклонная на восток поверхность V террасы, покрытая разнотравьем остепненного луга. На этой поверхности в 100 м к западу от шоссе выступает холмообразная морфоскульптура (рис. 1, 2). Её размеры в плане 90×60 м, относительная высота – более 8 м, абсолютная отметка – 1305 м. Южный склон холма крутой, а северный – пологий. Морфоскульптура

сложена кварц-хлоритовыми сланцами досреднекарбоневой тебердинской свиты. Азимут падения сланцев 140°, угол падения 30°. На поверхности коренных пород наблюдается несколько округлых валунов (до 1–1,5 м) гранитов и пегматитов (рис. 2), принесенных ледником из морфоструктуры Главного хребта. По совокупности наблюдаемых признаков – это типичный бараний лоб, или выступ коренного ложа в пределах днища трога (рис. 3). Ограниченно развит коллювий из обломков пород тебердинской свиты.

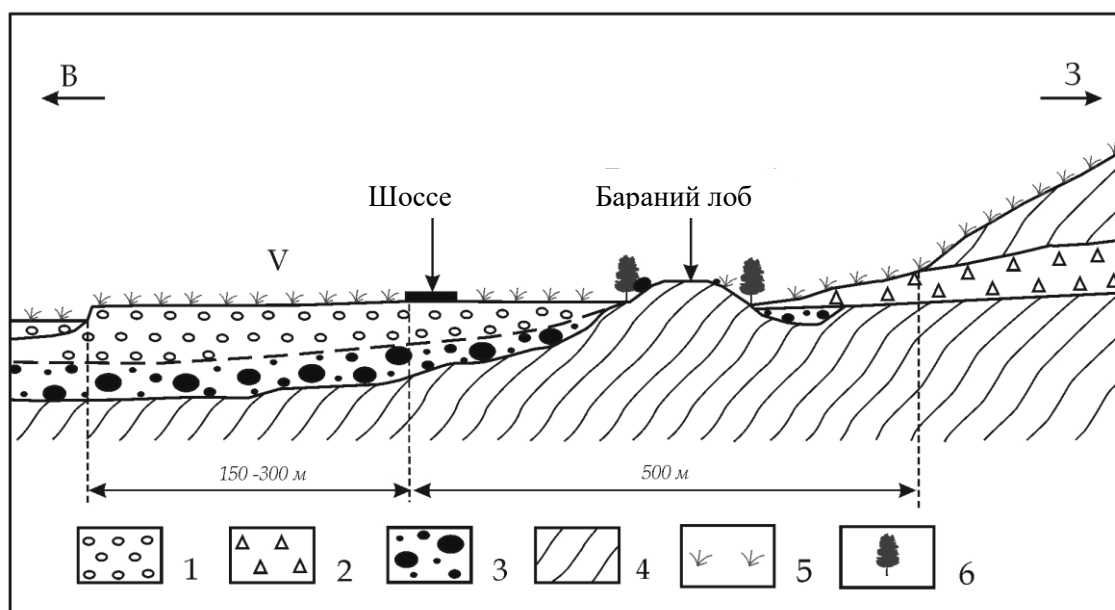


Рис. 3. Схематический поперечный профиль террасы V (левый борт троговой долины р. Теберды в 4,3 км севернее р. Муху, участок «бараний лоб»): 1 – аллювий; 2 – пролювий; 3 – донная морена; 4 – метаморфические породы тебердинской свиты; 5 – травяной покров; 6 – заросли лещины / Fig. 3. Schematic cross-section of the terrace V (the left side trough the valley of the river Teberda 4.3 km North r. Muhu, the section of the “sheep’s forehead”): 1 – alluvium; 2 – proluvium; 3 – bottom-moraine; 4 – metamorphic rocks of the Teberda suites; 5 – grass cover; 6 – thickets of hazel

Результаты геоботанических исследований.

Основной объем полевых геоботанических исследований проведен на Среднетебердинском ландшафте. В данной статье изложены результаты изучения растительности в районе бараньего лба, где были заложены пробные геоботанические площадки (на его вершине и склонах).

Почвы днища долины в пределах морфоструктуры Передового хребта аллювиальные горно-долинные дерново-луговые; горизонт А серого цвета малогумусный каменистый имеет мощность 5–10 см, максимум – 15 см (рис. 4). Почвенные профили, показанные на рис. 4, изучались в северной (Амгата), средней (Гималдык) и южной (Муху) частях Среднетебердинского ландшафта.

При описании почв термину «почвообразующие породы» мы предпочли термин «почвоподстилаю-

щие породы», так как последние не несут признаков химического выветривания. Они подстилают гумусовый горизонт, в котором присутствуют обломки горных пород аналогичного состава в виде механической примеси.

На бараньем лбе ситуация сложнее: на вершине холма развиваются горные неразвитые почвы; на склоне северо-восточной экспозиции они переходят в горно-луговые почвы; на юго-восточном склоне, где выходы метаморфических пород составляют около 30 %, почвы скелетные.

Анализ видового состава растений (таблица) позволяет выделить на территории бараньего лба три растительных сообщества, различающихся доминантными видами.

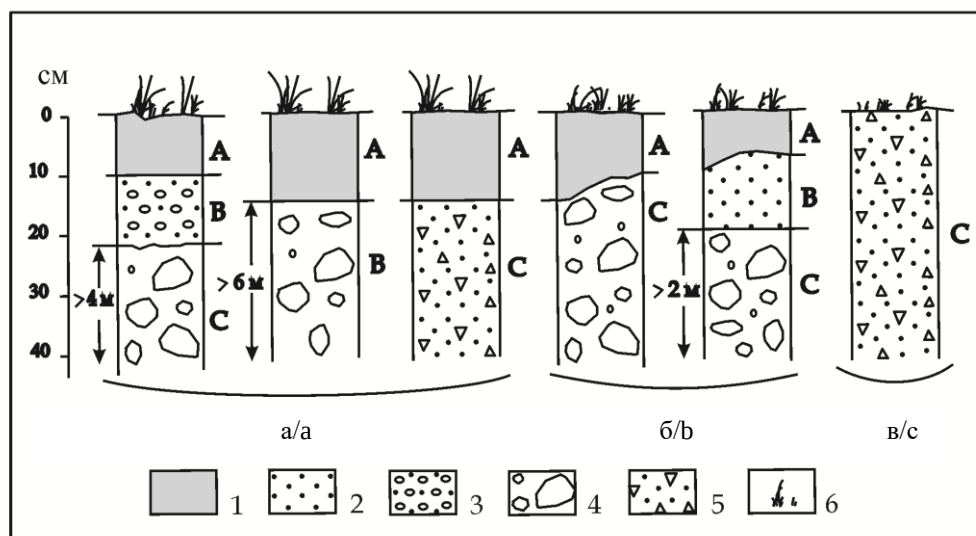


Рис. 4. Почвенные профили в долине р. Теберды (Среднетебердинский ландшафт): 1 – гумусовый слой (А); 2–4 – аллювий: 2 – песок; 3 – песок с примесью гальки; 4 – галечник с включениями валунов (русловая фация); 5 – коллювий; 6 – травяной покров. Участки: а – Амгата; б – Гималдык, в – Муху / Fig. 4. Soil profiles in the valley of the river Teberda (Middle Teberda landscape): 1 - humus layer (A); 2-4 - alluvium: 2 - sand; 3 - sand mixed with pebbles; 4 - pebbles with inclusions of boulders (channel facies); 5 - colluvium; 6 - grass cover. Sections: a - Amgata; b - Himaldyk; c - Muhu

Видовой состав растений в районе бараньего лба / Species composition of plants in the area of sheep's forehead

Виды растений	Распределение растительных сообществ		
	1	2	3
Код	20.06.2015	12.05.2016	12.05.2016
экспозиция, град.	10	5	15
угол наклона, град.	С-В	С-С-В	Ю-В
№ точки по GPS	250	674	675
Координаты	43,50577	43,50609	43,50572
	41,75167	41,75203	41,75216
Высота над уровнем моря h, м	1305	1300	1296
ОПП	90	85	60
Число видов	35	42	53
<i>Festuca valesiaca</i>	30	10	15
<i>Rosa</i> sp.	1	12	0,5
<i>Thymus marschallianus</i>	1	3	7
<i>Plantago lanceolata</i>	5	1,5	0,5
<i>Psephellus salvifolius</i>	1	0,5	0,5
<i>Lolium perrene</i>	0,2	3	1,5
<i>Brachypodium rupestre</i>	2	–	–
<i>Bromus</i> sp.	1	–	–
<i>Coronilla varia</i>	2	–	–
<i>Eryngium campestre</i>	4	–	–
<i>Euphrasia pectinata</i>	0,2	–	–
<i>Galium verum</i>	1	–	–
<i>Hypericum perforatum</i>	0,5	–	–
<i>Jurinea arachnoidea</i>	0,5	–	–
<i>Onobrychis arenaria</i>	0,3	–	–
<i>Orobancha</i> sp.	0,5	–	–
<i>Orites densiflora</i>	0,1	–	–
<i>Pedicularis sibthorpii</i>	1	–	–
<i>Peucedanum ruthenicum</i>	0,3	–	–
<i>Plantago media</i>	1	–	–
<i>Poa angustifolia</i>	2	–	–
<i>Potentilla humifusa</i>	1	–	–

Продолжение таблицы

Виды растений	Распределение растительных сообществ		
	1	2	3
Код	20.06.2015	12.05.2016	12.05.2016
экспозиция, град.	10	5	15
угол наклона, град.	С-В	С-С-В	Ю-В
№ точки по GPS	250	674	675
Координаты	43,50577	43,50609	43,50572
	41,75167	41,75203	41,75216
Высота над уровнем моря h, м	1305	1300	1296
ОПП	90	85	60
Число видов	35	42	53
<i>Salvia nemorosa subsp. tesquicola</i>	0,5	–	–
<i>Scabiosa ochroleuca</i>	1	–	–
<i>Scorzonera stricta</i>	0,5	–	–
<i>Silene chlorantha</i>	0,5	–	–
<i>Trifolium arvense</i>	25	–	–
<i>Verbascum phoeniceum</i>	0,5	–	–
<i>Achillea millefolium</i>	2	–	–
<i>Dianthus ruprechtii</i>	0,3	–	–
<i>Rosa pimpinellifolia</i>	1	–	–
<i>Potentilla recta</i>	0,5	–	1
<i>Artemisia campestris</i>	1,5	–	2
<i>Sempervivum caucasicum</i>	1	–	1
<i>Allium albidum</i>	0,5	–	0,2
<i>Hieracium echinoides</i>	0,5	–	0,2
<i>Dianthus cretaceus</i>	0,5	–	0,5
<i>Teucrium orientale</i>	0,5	–	4
<i>Poa</i> sp.	–	2	0,5
<i>Helictotrychon armeniacum</i>	–	5	1,5
<i>Botryochloa ischaemum</i>	–	1,5	1,5
<i>Carex humilis</i>	–	15	5
<i>Geranium sanguineum</i>	–	3	+
<i>Filipendula vulgaris</i>	–	3	2
<i>Veronica arvensis</i>	–	1	0,5
<i>Arenaria serpyllifolia</i>	–	1	0,5
<i>Viola arvensis</i>	–	0,5	+
<i>Plantago media</i>	–	3	+
<i>Astragalus captiosus</i>	–	1	2
<i>Cerastium arvense</i>	–	1	0,5
<i>Trifolium alpestre</i>	–	0,5	0,5
<i>Salvia canescens</i>	–	0,5	+
<i>Draba sibirica</i>	–	0,5	0,5
<i>Taraxacum erythrospermum</i>	–	1	+
<i>Muscari armeniacum</i>	–	+	0,5
<i>Ranunculus</i> sp.	–	2	–
<i>Ranunculus illyricus</i>	–	0,5	–
<i>Thlaspi perfoliatum</i>	–	0,3	–
<i>Rumex acetosa</i>	–	1	–
<i>Galium verum</i>	–	5	–
<i>Alchemilla retinervis</i>	–	3	–
<i>Myosotis suaveolens</i>	–	1	–
<i>Lusula</i> sp.	–	0,5	–
<i>Fragaria viridis</i>	–	2	–
<i>Coronilla varia</i>	–	1	–
<i>Sanguisorba officinalis</i>	–	0,5	–
<i>Limonium</i> sp.	–	0,5	–
<i>Veronica gentianoides</i>	–	1	–
<i>Medicago minima</i>	–	0,2	–
<i>Linaria</i> sp.	–	0,1	–
<i>Valerianella muricata</i>	–	0,1	–

Окончание таблицы

Виды растений	Распределение растительных сообществ		
	1	2	3
Код	20.06.2015	12.05.2016	12.05.2016
экспозиция, град.	10	5	15
угол наклона, град.	С-В	С-С-В	Ю-В
№ точки по GPS	250	674	675
Координаты	43,50577	43,50609	43,50572
	41,75167	41,75203	41,75216
Высота над уровнем моря h, м	1305	1300	1296
ОПП	90	85	60
Число видов	35	42	53
<i>Salvia verticillata</i>	–	1,5	–
<i>Pulsatilla albana</i>	–	+	–
<i>Inula asper</i>	–	1,5	–
<i>Koeleria cristata</i>	–	–	0,5
<i>Spiraea hypericifolia</i>	–	–	2
<i>Ornithogalum kochii</i>	–	–	0,5
<i>Rhamnus pallasii</i>	–	–	3
<i>Artemisia</i> sp.	–	–	0,5
<i>Scleranthus uncinatus</i>	–	–	1
<i>Asplenium septentrionale</i>	–	–	1
<i>Verbascum phoeniceum</i>	–	–	2
<i>Sedum spurium</i>	–	–	0,5
<i>Sedum pallidum</i>	–	–	0,5
<i>Veronica verna</i>	–	–	0,2
<i>Alyssum calycinum</i>	–	–	0,5
<i>Ajuga genevensis</i>	–	–	0,2
<i>Teucrium chamaedrys</i>	–	–	0,5
<i>Onosma caucasica</i>	–	–	0,5
<i>Trinia hispida</i>	–	–	0,2
<i>Holosteum umbellatum</i>	–	–	+
<i>Cerastium</i> sp.	–	–	0,3
<i>Pastinaca aurantiaca</i>	–	–	+
<i>Potentilla argentea</i>	–	–	0,2
<i>Erophila verna</i>	–	–	0,1
<i>Myosotis micrantha</i>	–	–	0,2
<i>Carex</i> sp.	–	–	0,5

Первая площадка – подорожничково-типчаковая степь с разрастанием однолетнего клевера полевого, или «котиков». Доминанты – *Festuca valesiaca*, *Trifolium arvense*, *Plantago lanceolata*.

Вторая площадка – разнотравно-злаковая луговая степь, переходящая в остепненный луг. Доминанты – *Festuca valesiaca*, *Trifolium arvense*, *Carex humilis*, *Rosa* sp.

Третья площадка – дубровниково-чабрецово-типчаковая петрофитная растительность; на выходах палеозойских пород разрастается *Rhamnus pallasii*; на несформированных скелетных почвах и на выходах пород поселяются *Sedum spurium*, *S. pallidum* и *Sempervivum caucasicum*. Доминанты – *Festuca valesiaca*, *Teucrium orientale*, *Thymus marschallianus*.

В период существования колхозно-совхозного строя (1930–1991 гг.) территория V террасы, на которой расположен бараний лоб, использовалась в качестве орошаемого сенокоса. Вода для полива

поступала по арыку из р. Муху. Это способствовало сохранению первичных (коренных) фитоценозов. После ликвидации совхозов в 1991 г. бывший сенокос превращен в пастбище (практически круглогодичное) домашних животных аула Верхняя Теберда. Крупный рогатый скот в количестве не менее 100 голов пасется преимущественно на поверхности V террасы (рис. 5) и заходит на бараний лоб. На последнем отмечены признаки перевыпаса. К ним мы относим высокое проективное покрытие *Trifolium arvense*, *Plantago lanceolata*, *Lolium perenne*, участие в травостое *Botryochloa ischaetum*, что указывает на сильный сбой растительного покрова.

На поверхности террас и прилегающих склонах перевыпас выражен значительно сильнее. Близ южной окраины аула Верхняя Теберда деградация травяной растительности достигла критической проценофитической стадии с сетью скотобойных тропинок.



Рис. 5. На переднем плане – поверхность бараньего лба, за полосой кустарника на V террасе – домашний скот аула Верхняя Теберда, 2015 г. / Fig. 5. In the foreground - the surface of the sheep's forehead, behind a strip of bushes on the V terrace - livestock aul Upper Teberda, 2015

Заклучение

1. Днище троговой долины Теберды в верховьях (в морфоструктуре Главного хребта) сложено гляциофлювиалом; в морфоструктуре Передового хребта гляциофлювиал переработан в аллювий, слагающий серию разновозрастных террас.

2. Террасы в среднем течении р. Теберды (Среднетебердинский ландшафт) представлены серией субгоризонтальных площадок с возрастом от 10 до 90 тыс. лет. Поверхность бараньего лба, находящегося в 1,75 км южнее а. Верхняя Теберда, освободилась от ледяного покрова около 100 тыс. лет назад. Ещё более древними являются поверхности склонов, сложенные коренными породами.

3. На поверхности бараньего лба травяная растительность представлена тремя сообществами: подорожничково-типчаковой степью, разнотравно-злаковой луговой степью, переходящей в остепненный луг, и дубровниково-чабрецово-типчаковой петрофитной растительностью. Различия в видовом составе обусловлены в основном разной крутизной и экспозицией склонов.

4. По степени антропоизации растительность бараньего лба соответствует субклимаксовой стадии (по классификации Б.В. Виноградова) [13] с ассоциациями коренных и мнимокоренных сообществ. На поверхности V террасы, используемой с 1991 г. в качестве нерегулируемого пастбища, антропоизация степной растительности достигла проценотической стадии.

5. По совокупности геологических, геоморфологических, геоэкологических и ботанических параметров бараний лоб заслуживает включения в список памятников природы. Он представляет интерес

и для туристов, и в качестве учебного объекта для студентов географических, биологических, экологических и геологических специальностей.

Литература

1. Потапенко Ю.Я., Кипкеева П.А. Влияние структуры речных бассейнов на развитие общественно-территориальных систем (на примере Приэльбрусья) // Изв. Даг. гос. пед. ун-та. Естеств. и точн. науки. 2016. № 1 (34). С. 104–110.
2. Исаченко А.Г. Ландшафтоведение и физико-географическое районирование. М.: Высшая школа, 1991. 366 с.
3. Шальнев В.А., Лагун С.Г., Нефедова М.В., Николаев Д.А. Ландшафты Тебердинского заповедника // Тр. Тебердинского гос. природного биосферного заповедника. 2009. Вып. 48. 176 с.
4. Кипкеева П.А., Потапенко Ю.Я. Геоморфологические особенности днища долины р. Теберды (Северный Кавказ) // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2016. № 2 (190). С. 100–104.
5. Кипкеева П.А., Потапенко Ю.Я. Геоэкологическая ситуация в пределах днища долины реки Теберды (Северный Кавказ) // Изв. Даг. гос. пед. ун-та. Естеств. и точн. науки. 2016. Т. 10, № 3. С. 108–112.
6. Полевая геоботаника / под ред. Е.М. Лавренко, А.А. Корчагина. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1964. Т. III. 530 с.
7. Зверев А.А. Информационные технологии в исследованиях растительного покрова. Томск: ТМЛ-Пресс, 2007. 304 с.
8. Hennekens S.M. TURBO(VEG). Software package for input, processing, and presentation of phytosociological data. User's guide. Version July 1996. IBN-DLO, University of Lancaster, 1996. 52 p.
9. Черепанов С.К. Сосудистые растения России и сопредельных государств (в пределах бывшего СССР). СПб.: Мир и семья – 95, 1995. 990 с.
10. Лурье П.М., Панов В.Д., Ткаченко Ю.Ю. Река Кубань: гидрография и режим стока. СПб.: Гидрометеоздат, 2006. 498 с.
11. Кожевников А.В. Верхнеплиоценовые и четвертичные отложения долины р. Кубани // Геология Центрального и Западного Кавказа: тр. Кавказской экспедиции ВАГТ и МГУ за 1959–1960 годы. М.: Госгостехиздат, 1962. Т. 3. С. 162–187.
12. Щукин И.С. Общая геоморфология. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1960. Т. 1. 616 с.
13. Виноградов Б.В. Основы ландшафтной экологии. М.: ГЕОС, 1998. 418 с.

References

1. Potapenko Yu.Ya., Kipkeeva P.A. Vliyanie struktury rechnykh basseinov na razvitie obshchestvenno-territorial'nykh sistem (na primere Priel'brus'ya) [The in-

fluence of the river pools structure on the development of the socio-territorial systems (on the Elbrus region example)]. *Izv. Dag. gos. ped. un-ta. Estestv. i tochn. nauki.* 2016, No. 1 (34), pp. 104-110.

2. Isachenko A.G. *Landshaftovedenie i fiziko-geograficheskoe raionirovanie* [Landscape science and physical-geographical zoning]. Moscow: Vysshaya shkola, 1991, 366 p.

3. Shal'nev V.A., Lagun S.G., Nefedova M.V., Nikolaev D.A. *Landshafty Teberdinskogo zapovednika* [Landscapes of Teberda natural reserve]. *Tr. Teberdinskogo gos. prirodnogo biosfernogo zapovednika.* 2009, iss. 48, 176 p.

4. Kipkeeva P.A., Potapenko Yu.Ya. *Geomorfologicheskie osobennosti dnishcha doliny r. Teberda (Severnyi Kavkaz)* [Geomorphological features of the bottom of the valley Teberda (North Caucasus)]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki.* 2016, No. 2 (190), pp. 100-104.

5. Kipkeeva P.A., Potapenko Yu.Ya. *Geoekologicheskaya situatsiya v predelakh dnishcha doliny reki Teberdy (Severnyi Kavkaz)* [Geoecological situation within the bottom of the valley of the Teberda river (Northern Caucasus)]. *Izv. Dag. gos. ped. un-ta. Estestv. i tochn. nauki.* 2016, vol. 10, No. 3, pp. 108-112.

6. *Polevaya geobotanika* [Field geobotany]. Eds. E.M. Lavrenko, A.A. Korchagina. Moscow; Leningrad: Izd-vo AN SSSR, 1964, vol. III, 530 p.

7. Zverev A. A. *Informatsionnye tekhnologii v issledovaniyakh rastitel'nogo pokrova* [Information technolo-

gies in vegetation cover research]. Textbook. Tomsk: TML-Press, 2007, 304 p.

8. Hennekens S.M. *TURBO(VEG). Software package for input, processing, and presentation of phytosociological data.* User's guide. Version July, 1996. IBN-DLO, University of Lancaster, 1996, 52 p.

9. Cherepanov S.K. *Sosudistye rasteniya Rossii i sopredel'nykh gosudarstv (v predelakh byvshego SSSR)* [Vascular plants of Russia and neighboring countries (within the former USSR)]. Saint Petersburg: Mir i sem'ya-95, 1995, 990 p.

10. Lur'e P.M., Panov V.D., Tkachenko Yu.Yu. *Reka Kuban': gidrografiya i rezhim stoka* [The Kuban river: hydrography and flow regime]. Saint Petersburg: Gidrometeoizdat, 2006, 498 p.

11. Kozhevnikov A.V. [Upper pleasant and Quaternary sediments of the Kuban river valley]. *Geologiya Tsentral'nogo i Zapadnogo Kavkaza* [Geology of the Central and Western Caucasus]. Proceedings of the Caucasian expedition VAGT and MSU for 1959-1960. Moscow: Gostoptekhizdat, 1962, vol. 3, pp. 162-187.

12. Shchukin I. S. *Obshchaya geomorfologiya* [General geomorphology]. Moscow: Izd-vo Mosk. un-ta, 1960, vol. 1, 616 p.

13. Vinogradov B.V. *Osnovy landshaftnoi ekologii* [Basics of landscape ecology]. Moscow: GEOS, 1998, 418 p.

УДК 379.85 (911.5, 911.6)

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-76-85

О ТУРИСТСКОМ РАЙОНИРОВАНИИ ТЕРРИТОРИИ РОССИИ

© 2019 г. Д.В. Максимов¹

¹Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия

ABOUT THE TOURIST DIVISION OF THE TERRITORY OF RUSSIA

D.V. Maksimov¹

¹Kuban State University, Krasnodar, Russia

Максимов Дмитрий Васильевич – кандидат географических наук, доцент, кафедра международного туризма и менеджмента, Институт географии, геологии, туризма и сервиса, Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, г. Краснодар, 350040, Россия, e-mail: dvmaksimov68@mail.ru

Dmitriy V. Maksimov - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of International Tourism and Management, Institute of Geography, Geology, Tourism and Service, Kuban State University, Stavropolskaya St., 149, Krasnodar, 350040, Russia, e-mail: dvmaksimov68@mail.ru

Рассматриваются вопросы рекреационного районирования и зонирования территории России. Отмечается, что в настоящее время вследствие встраивания России в глобальную экономическую систему на первый план при проведении районирования выступают физико-географические факторы. Историко-культурные факторы имеют подчиненное положение. В то же время на территории России иностранцев привлекает в первую очередь историко-культурное наследие российского народа (традиции, быт, архитектурные ансамбли и проч.), а из природных объектов – только уникальные и, как правило, внесенные в список ЮНЕСКО. В целях расширения въездного туристского потока и его более равномерного распределения по территории России предлагается создать региональные туристские бренды, учитывающие историко-культурные, этноконфессиональные и природные особенности регионов страны. Для этого обосновываются факторы деления территории страны в иерархическом порядке на сеть регионов. Одним из факторов районирования является роль местного населения в туристско-рекреационном производственном цикле (обслуживающий персонал, экскурсант и турист). Приводится пример иерархии туристского районирования Южного макрорегиона. В результате проведенного туристского районирования территории России выделено 8 макрорегионов, состоящих из 27 мезорегионов. Кроме того, рассматриваются вопросы интенсивности туристской деятельности в регионах России, в частности приводится расчет доходов от туристской деятельности на площадь субъектов Российской Федерации. Таким образом выделяются ведущие и ведомые субъекты Федерации в системе туристских мезорегионов.

Ключевые слова: туризм, рекреационное районирование, туристское районирование, факторы туристского районирования, интенсивность туристских потоков, бренд территории.

This article discusses recreational division and zoning of the territory of Russia. The author notes that, at present, the embedding of Russia into the global economic system to the forefront in conducting the zoning act of physical and geographical factors. Historical and cultural factors have a subordinate position. At the same time in Russia foreign tourists are attracted primarily historical and cultural heritage of the Russian people (traditions, customs, architectural ensembles, etc.) and from natural objects is only unique and usually made the UNESCO list. In order to increase inbound tourist flow and its more equitable distribution on the territory of Russia it is proposed to establish a regional tourism brands, taking into account historical and cultural, ethno-confessional and natural features of regions the country. For this justified factors dividing the territory in a hierarchical order to the network of regions. One of factors in the division is the role of local people in the tourist-and-recreational production cycle (attendants, excursionists and tourists). As an example of a hierarchy of tourist division is Southern macroregion. As a result of the tourist division Russia allocated 8 macroregions, consisting of 27 mezoregions. In addition, discusses the intensity of tourist activities in the regions of Russia, in particular, provides a calculation of income from tourism activities in the area of the constituent entities of the Russian Federation. Thus singled out leading and led by federated entities in the system of tourist mezoregions.

Keywords: tourism, recreational zoning, tourism division, factors of tourist division of territory, intensity of tourist flows, territory brand.

Введение

Деление, членение территории (пространства) России (как и любой страны) по ряду признаков в любой социально-экономической и физико-географической области само по себе не ново. Еще в XVIII в. П.А. Татищев предпринимал попытки провести районирование России (в современном понимании этого слова). Более серьезные исследования с использованием научно обоснованных подходов осуществляли в XIX в. К.И. Арсеньев, Д.И. Рихтер, П.П. Семенов, Д.И. Менделеев, подразделяя территорию Российской империи на пространства, области, районы по естественным и экономическим признакам [1, 2].

В советский период огромный вклад в теорию районирования внесли такие ученые, как Н.Н. Баранский, Н.Н. Колосовский, Ю.А. Веденин, М.Д. Шарыгин [3–6]. Именно они заложили теоретический фундамент для дальнейших исследований в данном направлении. И сегодня районирование применяется в различных областях географии, одной из которых является рекреационная география, использующая методологию социально-экономической географии.

Т.В. Субботина и М.Д. Шарыгин определяют район как территорию, «которая отличается от других и обладает единством, взаимосвязанностью составляющих элементов, целостностью, причем целостность – объективное условие и закономерный результат развития данной территории» [7]. Целостность таксона иерархии на каком-либо уровне в большей мере обеспечивается единством системы административно-территориального устройства. Как и любая система, она не может быть совершенной и находится в постоянном движении, в том числе и территориальном [8].

Рекреационное районирование базируется на физико-географических, экономических, историко-культурных видах районирования, их особенностях и методологии. Одна из трудностей рекреационного районирования состоит в том, что традиционный подход предусматривает рассмотрение всей территории целиком, включая районы, где массовый туризм не развит, но имеются предпосылки для его развития, а также районы, где эти предпосылки отсутствуют. То есть существует достаточно много мест, где нецелесообразно развивать туризм на всей территории, так как существуют ограничения по доступности, хозяйственному использованию, экономической эффективности, а также имеются ООПТ с жестким режимом охраны.

В результате насильственного встраивания национального экономического пространства в глобаль-

ный рынок (предоставление свободного доступа к отечественному рынку международных корпораций, приоритет частной формы собственности, в том числе созданной на основе иностранного капитала, увеличение цен на энергоносители до уровня общемирового рынка) происходят деградация большинства перерабатывающих отраслей народного хозяйства, обнищание населения и всплеск миграционного оттока в крупные города [9].

Наблюдается коренная, не имеющая аналогов с 30–40-х гг. XX в., структурная деформация народного хозяйства и системы расселения: увеличивается доля обслуживающих отраслей, сферы обращения товаров и финансов, усиливаются смешение национальностей, естественная убыль русского населения, запустение деревень и разрастание центральных региональных агломераций по типу урбанизации, характерной для развивающихся стран.

В такой ситуации природно-климатические факторы и расположение населенных пунктов относительно сырьевых, добывающих территорий оказывают решающее влияние на социально-экономическое развитие региона. Именно физические силы природы, а не научная организация производительных сил, сегодня определяют территориальную экономическую дифференциацию, а вслед за этим род занятий и квалификацию местного населения, их уровень доходов, интеллектуальный, предпринимательский и демографический потенциал, особенности размещения объектов социальной инфраструктуры и т.д.

В противоположность классическому подходу к районированию рекреационных территорий, в основу которого положено представление о территориальном рекреационном комплексе как территориальной совокупности взаимосвязанных подсистем (природные, культурные комплексы, технические сооружения, обслуживающий персонал, органы управления, отдыхающие), современное районирование вынуждено отдавать приоритет природно-климатическим факторам [10]. Культурно-исторические и общественно-экономические факторы туризма, напротив, учитываются слабо [11].

Зоны как менее организованные системы выделяются по наличию в них какого-либо явления, причем характеризуются еще и интенсивностью этого явления [7]. В отличие от рекреационного районирования рекреационное зонирование в отечественной науке подразумевает выделение различных рекреационных комплексов и центров со схожей (одинаковой) ландшафтной структурой и едиными тенденциями развития рекреационного природопользования, т.е. обусловлено в основном также природными факторами и условиями [12].

Соответственно, различить сегодня зонирование и районирование в рекреационных целях представляет весьма простую задачу.

А.И. Зырянов добавляет о зоне, что эта территория «значительных размеров» позиционирует себя как «единое географически целое». Туристская зона имеет ярко выраженную туристскую специализацию на фоне окружающего её региона, в ней почти не отмечается мест с нетуристской специализацией [13]. В зарубежных источниках также под туристским зонированием понимают выделение туристских зон, т.е. тех районов, где хорошо развит туризм, частей территории страны, которые интенсивно посещаются [14].

Таким образом, проблема современного рекреационного районирования (зонирования) кроется в передаче приоритета физико-географическим факторам, отодвигании культурно-исторических особенностей территории на второй план, хотя ряд авторов (Ю.А. Веденин, В.И. Кружалин, В.Н. Калущков и др.) указывают на преобладающую роль культурно-исторических аспектов [4, 15, 16].

Иностранцы также посещают Россию в первую очередь не из-за природных достопримечательностей, их интересует прежде всего культурно-историческое наследие россиян. Именно поэтому подавляющее большинство зарубежных туристов направляются в обе столицы, а также по маршруту Золотого кольца России. Конечно, посещают они и природные объекты, но, как правило, уникальные, включенные в перечень ЮНЕСКО (оз. Байкал, Долина гейзеров и проч.), весьма ограниченный.

Поэтому, чтобы обойти такого рода острые углы, а также поднять интерес въездных туристов не только к традиционным (по их мнению) объектам показа, но и ко всей территории России, задачей нашего исследования является туристское деление (подчеркнем: деление в смысле членения, а не районирование или зонирование) территории России для формирования узнаваемых и дифференцированных региональных туристских брендов. Такое деление по культурно-историческим и природным факторам, а также по роли местного населения в туристской деятельности, т.е. отношению его к туристско-рекреационному производственному циклу (ТРПЦ), позволит не только повысить интерес к менее известным объектам культурного наследия, но и более равномерно распределить турпотоки интуристов по территории России.

Материалы и методы исследования

При проведении исследования были изучены труды отечественных авторов, внесших значительный вклад в теорию районирования России по раз-

личным направлениям. Весьма близко настоящее исследование к работам Ю.А. Веденина и В.Н. Калущкова, базировавшимся на историко-культурных, этнических и природных критериях [4, 15]. Для проведения собственного исследования в целях туристского деления России (членения, а с другой стороны, объединения таксонов иерархии в однотипные по определенным признакам таксоны более высокого порядка) нами были использованы материалы Росстата (перепись населения 2010 г.), Ростуризма (величина туристских потоков, объемов услуг коллективных средств размещения (КСР) и туристских услуг в разрезе субъектов Федерации, а также в некоторых случаях – и в разрезе муниципальных образований ряда субъектов РФ) [17, 18].

Для достижения цели исследования использовались методы статистического наблюдения, группировки, относительных величин, сравнения, описания. Основным способом статистического наблюдения выступил документальный. Форма наблюдения – сплошное наблюдение в разрезе субъектов России.

Взгляд на всемирное культурное и природное наследие в качестве одного из важнейших ресурсов развития туризма (прежде всего, культурно-познавательного) позволяет создать альтернативную систему туристского районирования. Подход к районированию с позиции географии культуры – геокультурный подход – в качестве ключевых признаков районирования учитывает религиозную принадлежность населения в настоящем и прошлом; этническую принадлежность населения, используемые языки; историческое прошлое, культурное наследие территории: насыщенность памятниками культуры и их принадлежность к определенным историко-культурным пластам [19]. В нашем исследовании мы также ориентируемся на культурно-познавательные ресурсы, беря за основу этнорелигиозные и культурные особенности различных этносов, населяющих пространство нашей родины.

При этом, что вполне естественно (на что указывали и Л.Н. Гумилев, и Г.В. Вернадский), один этнос (например, русский) имеет не только общие черты, но и в силу влияния соседних этносов, географических особенностей территории (ландшафты, климат, почвы и проч.) некоторые отличия в укладе жизни, традициях, менталитете населения [20, 21]. Так, население Краснодарского края (считающее себя в подавляющем большинстве русскими, но в основном имеющее корни черноморских казаков) разительно отличается от жителей Архангельской области в размеренности быта, одежде, языке, фольклоре, семейных традициях, экономике, сельском хозяйстве и т.д. благодаря влиянию соседних народов (адыги, татары и проч.) и природ-

ных факторов. Хотя и те, и другие относят себя к русскому этносу, объединяющими факторами которого являются религия, происхождение от предков из Киевской Руси, основы языка, единое экономическое пространство.

Логика исследования заключается в следующем:

1. Территория России делится на макрорегионы, основным критерием при выделении которых является доля русскоязычного (русского) этноса, так как историко-культурные особенности региона определяются взаимным влиянием на ландшафты, архитектуру, традиции населения этносов, проживающих в регионе. Если регион моноэтничен (доля основного этноса достигает 90 % и более в общей численности населения), а остальные этносы представлены незначительными группами (в среднем 1–3 %), то налицо весьма слабое воздействие малочисленных этнических групп на основной этнос. В тех же регионах, где доля коренных этносов велика, или даже в случае, когда русский этнос представлен 90 % населения, а доля второго этноса достигает 8–9 %, соответственно велико и его воздействие на традиции, образ жизни русского этноса. В таких регионах, как правило, расположено значительное число этнических, культовых объектов коренных народов, являющихся культурно-историческим наследием региона, а также придающих ему характерную этническую (конфессиональную) окраску. Таким образом, на базе отнесения коренных этносов к определенным языковым семьям вкупе с их долей в численности населения региона выделялись макрорегионы (например, Московия, Угория и др.). Исключением является Юг (Кавказско-Крымский макрорегион), в котором местное население, несмотря на принадлежность к различным языковым семьям, имеет схожие традиции, конфессиональные особенности и образ жизни. Мы применили один из критериев однородности социокультурного пространства – долю восточнославянского населения в численности постоянного населения в сочетании с различными другими языковыми группами населения.

2. Вторым уровнем иерархии деления являются мезорегионы, выделяемые из макрорегионов на основании природно-климатических и этнических (конкретные языковые группы, этносы и субэтносы) различий субъектов РФ, входящих в макрорегион. Например, в Казачьем макрорегионе выделяется 2 субэтноса: донское и кубанское казачество, соответственно, и 2 мезорегиона (Дон и Кубань).

3. Таким образом, на рекреационное деление территории оказывают влияние следующие факторы: этноконфессиональные, природные (физико-географические). Третьим фактором выступает роль местного населения в ТРПЦ:

а) на уровне макро- и мезорегионов оно в полной мере участвует в туристской деятельности наряду с туристами из-за пределов мезорегионов, перемещаясь внутри них или из одного макро- или мезорегиона в другие;

б) на более низких иерархических уровнях (внутри микрорегионов и туристских центров) местное население исключительно редко выступает туристами, ограничиваясь экскурсионной деятельностью. Туристами являются в подавляющем большинстве гости из других микрорегионов.

4. Микрорегионы входят в состав мезорегиона и отличаются от других аналогичных микрорегионов, входящих в состав определенного мезорегиона, в основном этническими особенностями. Природные условия однородные. Туристы конкретного микрорегиона – жители других микрорегионов. Местное население туристского микрорегиона участвует в экскурсионной деятельности внутри данного микрорегиона, в качестве туристов выезжает в другие микрорегионы.

В.И. Кружалин, Н.С. Мироненко и др. по ряду признаков выделяют 5 рекреационных зон: Европейский север, Центр России, Юг России, Азиатский север, Юг Сибири, В.Н. Калущков – 12 регионов [15, 16]. Дальнейшее членение территории каждой зоны на районы, подрайоны и области близко к результатам нашего исследования, в основу которого положены соотношение численности русского и местного (коренного) населения, а также принадлежность коренного доминирующего населения к какой-либо языковой семье (группе) и религии. Некоторые отличия результатов нашего исследования от районирования этих авторов обусловлены именно этим подходом. Например, в Русский Север В.И. Кружалин и В.Н. Калущков включают не только русские области, практически моноэтнические, но и Республику Коми, где русские преобладают, однако их доля значительно ниже, чем в соседних регионах (62 % против 92–95 % в Архангельской обл.) [15, 16, 18]. Это не позволяет, на наш взгляд, включать этот субъект в зону с названием Русский Север, отдавая дань исконным представителям этого региона – коми. Аналогичная ситуация и в Ненецком АО, где доля русского этноса составляет 66 %. В нашем исследовании Республика Коми, Ненецкий АО входят в макрорегион Угория (не хотелось бы называть это макрорайоном или макрозоной, а подчеркнуть узкую культурно-этническую окраску территорий, не обозначая интенсивность развития туристской инфраструктуры), включающий 4 мезорегиона: Карело-Саамский, Коми, Удмуртско-Марийский и Мордовский анклав. Ненецкий округ отнесен к Угории (Коми) потому, что, несмотря на превосходящую долю ненцев (18,6 %) над коми (9 %), они фактически переняли традиции и культуру коми, в том числе

язык коми. На родном языке самодийской группы говорят не более 1,5 тыс. чел., остальные представители этого этноса его не помнят.

Результаты и их обсуждение

При рассмотрении структуры ТРС и ТРПЦ было определено, что обычный человек может быть для

одной ТРС туристом, а для другой ТРС – местным жителем, в том числе обслуживающим персоналом [22]. Рассматривая роль туриста, его место относительно ТРПЦ поездки, а также этнические и природные особенности территорий, можно выделить иерархические единицы рекреационного деления территории (табл. 1).

Таблица 1

Признаки иерархических единиц туристского деления территории (составлено автором) /
Signs of hierarchy of tourist division of territory (composed by the author)

Иерархическая единица	Признаки	Пример иерархической единицы
Макрорегионы	Историко-культурные особенности населения и освоения территории (доля русского населения и принадлежность коренного этноса к определенной языковой семье), природно-климатические ресурсы и условия различные, туристы – местные жители и гости из-за пределов района	Южный
Мезорегионы	Схожие природно-климатические условия, историко-культурные особенности населения и освоения территории (доля русского населения и принадлежность коренного этноса к определенной языковой группе, этносу, в русских регионах – субэтносу). Туристы – жители самого мезорайона (перемещаются из одного внутреннего микрорайона в другой) и гости из-за его пределов	Западно-Кавказский (Причерноморский), Центрально-Кавказский, Восточно-Кавказский, Крымский (входят в Южный макрорегион)
Микрорегионы	Туристский центр, в котором функционирует 2 и более ТРПЦ, единые природные условия и ресурсы, единое этнокультурное пространство местного населения, которое участвует периодически только в экскурсионной деятельности. Туристы – не-местное население	Город-курорт Геленджик, Анапа, Темрюкский район, Новороссийск (входят в Западно-Кавказский, или Причерноморский, мезорегион)
Туристские центры	Один ТРПЦ, единые этнокультурные особенности местного населения, которое участвует периодически только в экскурсионной деятельности (школьники и дети), единые природные условия и ресурсы. Туристы – неместное население	Архипо-Осиповка, Бетта, Пшада, Дивноморское, Джанхот, г. Геленджик, Кабардинка (входят в микрорегион Геленджик)

Самой элементарной территориальной подсистемой туристского деления ТРС России является туристский центр. Туристский центр (ТурЦ) представляет собой ограниченную территорию, в пределах которой функционирует один ТРПЦ с конкретным набором средств размещения (СР). Туристы – это гости ТурЦ, постоянные жители других микрорайонов и входящих в них ТурЦ. Местное население практически не участвует в туристских поездках, ограничиваясь экскурсиями. Наиболее массовые категории экскурсантов из местного населения – это молодежь, ученики школ, студенты (без ночевки в СР).

Микрорегион (2-й уровень в иерархии районов) – это территория у сложившихся 2 и более ТурЦ с характерными природными и культурными ресурсами, на которой представлены 2 и более ТРПЦ, посещение туристских объектов которых возможно из одного средства размещения в течение одного светового дня. Местное население по социальным программам участвует в рекреации и экскурсионной деятельности.

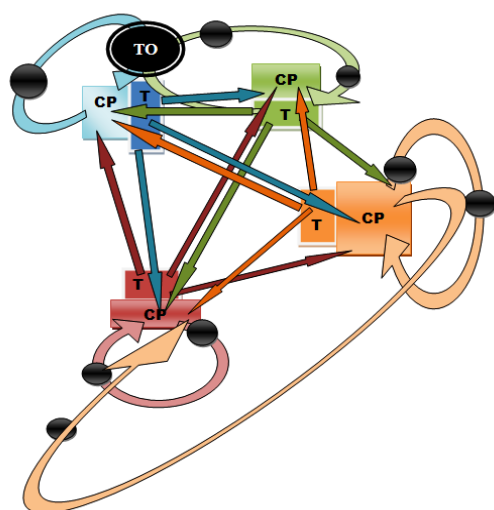
Более высокие ступени иерархии районирования отличаются тем, что постоянное население этих районов начинает участвовать в туристской деятельности, перемещаясь из места своего постоянного проживания, возможно, и из определенного

микрорегиона (ТурЦ) в иной микрорегион (ТурЦ), размещаясь в нем с ночевками (рис. 1).

Два соседствующих микрорегиона могут иметь и общие объекты туристского показа. Так, например, плато Лаго-Наки, водопады Руфабго, реки Белая и Курджипс используются двумя туристскими микрорегионами: Апшеронским (Краснодарский край, Кубанский Казачий) и Майкопским (Республика Адыгея, Западно-Кавказский), в том числе и соседствующими ТурЦ: Белореченским, Гуамским, Майкопским, Апшеронским (на рис. 1 такой объект представлен черным овалом с надписью «ТО» (туристский объект)).

Как видно, варианты посещения ТурЦ могут быть весьма разнообразными. Но роль местных жителей в туристской деятельности, а также особенности природных и культурных комплексов позволяют условно разделить территорию отдельных субъектов России на своеобразные регионы (микрорегионы).

3-й уровень иерархии – мезорегион – включает в себя 2 и более микрорегионов, посещение которых требует перемещения: туристов из одного СР в другое, а местных жителей – из места постоянного проживания в средства временного размещения. Так, туристы, приехавшие в Геленджик, смогут посетить без смены СР Сочи, Анапу (что часто и практикуется).



CP – средства размещения микрорегиона
● – туристские объекты

Рис. 1. Различные варианты участия туристов в ТРПЦ различных микрорегионов (составлено автором): Т – местный житель ТурпЦ или микрорегиона, ставший туристом в результате поездки в другой микрорегион / Fig. 1. Different ways of participation of tourists in TRPC of various microregions (compiled by the author)

Однако для того чтобы посетить Кавминводы (или Домбай), им придется хотя бы на одну ночь переместиться в СР Ставрополя или Карачаево-Черкесии. Мезорегион обладает сходными (общими)

природно-климатическими условиями и социально-культурными ресурсами. Коренное население принадлежит к одной языковой семье, но разным этносам (субэтносам) и языковым группам. Один из основных критериев – доля русского населения в численности населения. Постоянное местное население участвует в туристской деятельности полноценно, перемещаясь из одного микрорегиона в другой. Природные условия схожие.

Макрорегион объединяет несколько мезорайонов, отличающихся от других групп мезорегионов социально-культурными особенностями местного населения (характерным для этой территории сочетанием традиций, религии, культуры, этносов). Коренное население принадлежит к одной языковой семье. Природные условия различные.

В основу данного туристского деления не положена интенсивность рекреационного освоения (несмотря на схожесть методологических подходов зонирования и деления), так как, например, на территории хорошо освоенных Ярославской, Костромской областей имеются как высокоосвоенные центры (Ярославль, Ростов, Переславль-Залесский, Кострома и др.), так и удаленные территории с низкоквалифицированным персоналом, старыми основными фондами, т.е. слабоосвоенные или заброшенные центры. В то же время сказать, что в Ярославской области в целом слабо развит туризм, нельзя, конечно.

Таблица 2

Туристское деление России (составлено автором) / Tourist division of Russia (compiled by the author)

Макро-регион	Мезорегион, доля русских, %	Субъекты РФ	Доля русских, %	Доля коренного этноса, %	Интенсивность туристской деятельности, млн руб/км ² территории
Угория II	Карело-Саамский, 79–81	Мурманская обл.	80,8	6,7	14,0
		Карелия респ.	78,9	8,9	7,9
	Коми-Ненецкий, 62–64	Ненецкий а.о.	64,3	28,6	0,9
		Коми респ.	61,7	23,1	4,9
		Кировская обл. (южные р-ны)	65	22,8	10,2
		Коми-Пермяцкий окр.	45	46	12,3
	Удмуртско-Марийский, 45–60	Марий-Эл респ.	45,1	45,3	26,2
		Удмуртия респ.	60,0	27,6	35,4
Московия I	Центр Руси, 86–94	Мордовия респ.	53,2	45,9	33,4
		Тверская обл.	86,6	–	42,9
		Ярославская обл.	92,1	–	61,5
		Москва	86,3	–	28946,9
		Московская обл.	87,4	–	329,6
		Калужская обл.	86,0	–	78,2
		Владимирская обл.	90,0	–	100,4
		Рязанская обл.	89,0	–	26,6
		Тульская обл.	94,1	–	72,0
		Смоленская обл.	90,7	–	14,0
	Западный («Окно в Европу»), 80–90	Санкт-Петербург	80,1	1,4	19724,8
		Ленинградская обл.	86,5	–	18,3
		Новгородская обл.	88,3	–	16,2

Продолжение табл. 2

Макро- регион	Мезорегион, доля русских, %	Субъекты РФ	Доля русских, %	Доля коренного этноса, %	Интенсивность туристской деятельности, млн руб/км ² территории
		Псковская обл.	91,5	–	20,3
		Калининградская обл.	82,1	1,1	190,3
	Лесостепной, 91–97	Брянская обл.	94,7	–	32,3
		Орловская обл.	93,9	–	42,5
		Курская обл.	92,0	–	40,6
		Белгородская обл.	97,1	–	76,9
		Воронежская обл.	91,0	–	40,7
		Липецкая обл.	92,5	–	71,3
		Тамбовская обл.	95,0	–	23,3
	Европейская тайга, 90–94	Архангельская обл.	93,7	–	7,4
		Вологодская обл.	92,6	–	18,3
		Костромская обл.	93,1	–	13,9
		Ивановская обл.	90,6	–	56,1
		Нижегородская обл.	93,9	1,9	141,7
		Кировская обл.	89,5	2,8	10,2
Каказия III	Донской, 89,3	Ростовская обл.	89,4	2,0	49,1
		Правобережье Волгоградской обл. (36,3)	89,2	3,8	109,2
	Кубанский, 80–87	Краснодарский край (764,8)	86,6	6,1	154,8
		Ставропольский край (44,5)	80,2	12,0	5,5
Южный IV	Крымский 80	Крым	80,0	12,5	294,7
	Западно-Кавказский, 62–65	Адыгея респ.	61,6	24,8	13,4
		Приморская и горная часть Краснодарского края	65,0	25,0	2250,0
	Центрально-Кавказский 21–65	КЧР	31,6	61,4	40,2
		КБР	22,4	71,4	83,8
		СОА	20,6	65,1	60,0
		КМВ	65,0	25,0	320,0
	Восточно-Кавказский, (Прикаспийский), до 4	Ингушетия респ.	0,7	99,2	12,8
		Чечня респ.	1,9	98,0	61,2
		Дагестан респ.	3,6	80,2	79,0
Тартария V	Пустынный (Нижеволжский), 30–79	Калмыкия респ.	29,8	56,4	55,9
		Астраханская обл.	61,2	22,8	23,2
		Волгоградская (левобережье)	79,2	13,8	13,1
	Средневолжский, 75–85	Саратовская обл.	85,3	6,2	20,5
		Самарская обл.	82,2	7,7	68,4
		Пензенская обл.	84,1	6,6	33,8
		Ульяновская обл.	69,7	20,3	35,8
		Оренбургская обл.	74,8	16,4	21,7
		Чувашия респ.	25,8	67,8	78,3
	Булгар, 26–40	Татарстан респ.	39,6	57,6	130,7
		Башкирия респ.	35,2	56,2	49,5
		Пермский край	83,1	5,8	42,3
	Урал, 81–91	Свердловская обл.	85,7	5,2	105,1
		Челябинская обл.	81,4	11,1	82,7
		Курганская обл.	90,5	4,5	15,2
		ХМАО	63,6	19,6	7,4
	Тюмень, 63,6–63,9	Тюменская обл.	69,3	11,1	18,4
		Горно-Алтайский гор. округ	55,8	43,2	6,0
Алтайско- Байкальский VII	Алтайско-Саянский, 16–81,8	Хакасия респ.	81,8	13,0	6,1
		Тыва респ.	16,0	81,8	0,7
		Бурятский а.о.	64,9	29,6	6,1
	Байкальский, 65	Бурятский а.о.	64,9	29,6	6,1
Транссиб VI	Амурский, 88–94	Забайкальский край	88,3	6,7	3,2
		Амурская обл.	93,4	0,8	7,2
	Приморский, 86–90	Еврейская обл.	90,4	0,9	5,6
		Хабаровский край, юг	88,0	1,6	14,9
		Приморский край	85,6	1,2	40,2

Окончание табл. 2

Макро- регион	Мезорегион, доля русских, %	Субъекты РФ	Доля русских, %	Доля коренного этноса, %	Интенсивность туристской деятельности, млн руб/км ² территории
	Южно-Сибирский, 83,3–92,3	Омская обл.	83,3	6,1	18,3
		Томская обл.	88,2	2,3	7,6
		Новосибирская обл.	88,7	2,3	40,9
		Кемеровская обл.	91,8	2,2	54,7
		Красноярский край, юг	88,1	2,7	5,4
		Иркутская обл.	88,3	4,8	5,6
		Алтайский край	92,3	0,8	12,3
Северо- Азиатский VIII	Охотский, 79–85	Камчатский край	78,6	5,0	2,5
		Магаданская обл.	81,5	3,2	0,9
		Хабаровский край, север	85,0	6,0	1,6
		Сахалинская обл.	82,3	1,0	25,5
	Якутский, 37	Саха респ.	36,9	54,5	0,5
	Чукотский, 49	Чукотский а.о.	49,0	35,3	0,2
	Северная Сибирь, 60	Красноярский край, север	60,0	20,0	0,6
		ЯНАО	59,7	17,0	1,7



I – Московия
Ia – Центр Руси
Iб – «Окно в Европу»
Iв – Европейская тайга
Iг – Лесостепной
II – Угория
IIa – Карело-Саамский
IIб – Коми-Ненецкий
IIв – Удмуртско-Марийский
IIг – Мордовия
III – Казакция
IIIa – Дон
IIIб – Кубань III

IV – Юг
IVa – Крым
IVб – Западный Кавказ (При-
черноморский)
IVв – Центральный Кавказ
IVг – Восточный Кавказ (При-
каспийский)
V – Тартария
Va – Пустынный (Нижняя Волга)
Vб – Средняя Волга
Vв – Булгар
Vг – Урал

Vд – Тюмень
VI – Трансиб
VIa – Южно-Сибирский
VIб – Амурский
VIв – Приморский
VII – Алтайско-Байкальский
VIIa – Алтайско-Саянский
VIIб – Байкал
VIII – Северная Азия
VIIIa – Северная Сибирь
VIIIб – Якутия
VIIIв – Охотский
VIIIг – Чукотка

Рис. 2. Туристское районирование территории России (составлено автором) /
Fig. 2. Tourist division of the Russia (compiled by the author)

Определенные оттенки эта тема получила в микрорайонах, которые сформированы по муниципалитетам субъектов. Так, высокоразвитыми являются Темрюкский и Анапский районы Краснодарского края, объединенные в один Анапско-Темрюкский микрорайон.

Расчет интенсивности туристской деятельности произведен по 2 видам услуг (туристским и КСР), тем не менее характерные черты интенсивности развития туристской инфраструктуры отчетливо видны: основная масса объема туруслуг (с КСР) приходится на 1/4 территории России, расположенную в треугольнике Санкт-Петербург – Кемерово – Кавказ. А если еще более глубоко вникнуть в явление, то половина услуг (50 %) придется всего на 5 субъектов Федерации, составляющих менее 2 % территории России: Москва и область, Санкт-Петербург, Краснодарский край и Свердловская область.

Выводы и рекомендации

В результате проведенного исследования можно констатировать:

– территория России представлена 8 макрорегионами, состоящими из 27 мезорегионов. В среднем каждый макрорегион состоит из 3,5 мезорегиона;

– данное туристское деление России позволяет сформировать узнаваемые бренды регионов (Московия, Угория, Тартария и др.) с появлением внутри них суббрендов («Окно в Европу», Столица Руси, Европейская тайга, Коми и проч.). Такое иерархическое брендрование позволит расширить границы узнаваемых (в первую очередь иностранцами) туристских дестинаций, привлечь и распределить более равномерно по территории макро- и мезорегионов туристские потоки. Для российских потребителей туруслуг также будут сформированы на уровне подсознания характерные отличительные особенности территорий регионов. Для местного же населения, заинтересованного в повышении турпотоков, появится дополнительный стимул для развития местных промыслов и сохранения традиций не только для подрастающего местного поколения, но и для интеграции его в общероссийский туристский рынок. Так сказать, деление территории в целях её объединения (сплочения);

– проведенное исследование интенсивности отдачи территории от туризма в разрезе регионов предполагает, что в пределах мезорегионов имеются как ведущие (с высокой интенсивностью отдачи территории от туризма) субъекты Федерации, так и ведомые (с низкими показателями интенсивности отдачи территории) субъекты; такой подбор регионов позволяет перенести опыт более развитых

субъектов (ведущих) на менее развитые (ведомые) регионы.

В дальнейшем следует провести работу по делению мезорегионов на микрорегионы, а микрорегионов, в свою очередь, – на ТурЦ. Кроме того, желательным будет создать всероссийский реестр туристско-рекреационных ресурсов, что позволит повысить оперативность при создании различных сложных туристских продуктов, в том числе комбинированных маршрутов различной сложности, а также поднять качество обучения учащихся по сервисным направлениям подготовки.

Литература

1. Менделеев Д.И. Познание России. Заветные мысли. М.: Эксмо, 2008. 688 с.
2. Энциклопедический словарь Ф.А. Брокгауза и И.А. Ефрона. URL: <http://www.vehi.net/brokgauz/> (дата обращения: 11.08.2018).
3. Баранский Н.Н. Научные принципы географии. Избранные труды. М.: Мысль, 1980. 239 с.
4. Веденин Ю.А. Культурно-ландшафтное районирование России – ориентир культурной политики // Ориентиры культурной политики. М.: Министерство культуры РФ, ГИВЦ МК РФ, 1997. Вып. 2. С. 3–99.
5. Колосовский Н.Н. Избранные труды. Смоленск: Ойкумена, 2006. 336 с.
6. Шарыгин М.Д. Эколого-экономические районы (теоретико-методические аспекты развития). Пермь: Изд-во Пермского ун-та, 1995. 192 с.
7. Субботина Т.В., Шарыгин М.Д. Территориальные социально-эколого-экономические системы. Пермь: Перм. гос. ун-т, 2011. 269 с.
8. Герасименко Т.И., Семенов Е.А. Экономико-географическое и геополитическое положение как интегральная пространственная категория // Вестн. Оренбургского гос. ун-та. 2015. № 1 (176). С. 156–161.
9. Кондратенко Н.И. Ходил казак в Кремль: размышления о былом и настоящем губернатора Краснодарского края. Краснодар: Советская Кубань, 2001. 96 с.
10. Мироненко Н.С., Твердохлебов И.Т. Рекреационная география. М.: МГУ, 1981. 208 с.
11. Курортно-туристский комплекс Краснодарского края в 2011–2015 гг.: стат. сб. / Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Краснодарскому краю. Краснодар, 2016.
12. Исаченко Т.Е. Основные тенденции рекреационного природопользования в России // География и регион: материалы междунар. науч.-практ. конф. (23–25 сентября 2015 г.): в 6 т. Т. VI: Туризм. Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2015. С. 97–100.
13. Зырянов А.И. Теоретические аспекты географии туризма. Пермь: Перм. гос. нац. исслед. ун-т, 2013. 158 с.
14. Кусков А.С., Голубева В.Л., Одинова Т.Н. Рекреационная география. М.: МПСИ, Флинта, 2005. 496 с.

15. Калущков В.Н. Культурная география России. М.: МГУ, 2016. 140 с.
16. Кружалин В.И., Мироненко Н.С., Зигерн-Корн Н.В., Шабалина Н.В. География туризма. М.: Федеральное агентство по туризму, 2014. 336 с.
17. Ростуризм. Статистика // Официальный сайт Ростуризма. URL: <https://www.russiatourism.ru/contents/statistika/> (дата обращения: 16.10.2018).
18. Сводные итоги Всероссийской переписи населения 2010 года // Официальный сайт Росстата. URL: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/perepis2010/croc/vol11pdf-m.html (дата обращения: 16.10.2018).
19. Манаков А.Г. Туристское районирование мира: геокультурный подход // Псковский регион. журн. 2010. № 9. С. 82–90.
20. Вернадский Г.В. Начертания русской истории. М.: Айрис-пресс, 2002. 368 с.
21. Гумилев Л.Н. Древняя Русь и Великая степь. М.: АСТ, 2002. 848 с.
22. Статистика и динамика развития туристско-рекреационной системы региона: Краснодарский край / под ред. Д.В. Максимова. Краснодар: Кубан. гос. ун-т; Просвещение-Юг, 2016. 84 с.

References

1. Mendelev D.I. *Poznanie Rossii. Zavetnye mysli* [Knowledge of Russian. Cherished thoughts]. Moscow: Eksmo, 2008, 688 p.
2. *Entsiklopedicheskii slovar' F.A. Brokgauza i I.A. Efrona* [Encyclopedic dictionary by F.A. Brockhaus and I.A. Efron]. Available at: <http://www.vehi.net/brokgauz/> (accessed 11.08.2018).
3. Baranskii N.N. *Nauchnye printsipy geografii. Izbrannye trudy* [Scientific principles of geography. Selected works]. Moscow: Mysl', 1980, 239 p.
4. Vedenin Yu.A. [Cultural and landscape zoning of Russia - a landmark of cultural policy]. *Orientiry kul'turnoi politiki* [Landmarks of cultural policy]. Moscow: Ministerstvo kul'tury RF, GIVTs MK RF, 1997, iss. 2, pp. 3-99.
5. Kolosovskii N.N. *Izbrannye trudy* [Selected works]. Smolensk: Oikumena, 2006. 336 p.
6. Sharygin M.D. *Ekologo-ekonomicheskie raiony (teoretiko-metodicheskie aspekty razvitiya)* [Ecological and economic areas (theoretical and methodological aspects of development)]. Perm: Izd-vo Permskogo un-ta, 1995, 192 p.
7. Subbotina T.V., Sharygin M.D. *Territorial'nye sotsial'no-ekologo-ekonomicheskie sistemy* [Territorial socio-ecological and economic systems]. Perm: Perm. gos. un-t, 2011, 269 p.
8. Gerasimenko T.I., Semenov E.A. *Ekonomiko-geograficheskoe i geopoliticheskoe polozhenie kak integral'naya prostranstvennaya kategoriya* [Economic-geographical and geopolitical position as an integral spatial category]. *Vestn. Orenburgskogo gos. un-ta*. 2015, No. 1 (176), pp. 156-161.
9. Kondratenko N.I. *Khodil kazak v Kreml': razmyshleniya o bylom i nastoyashchem gubernatora Krasnodarskogo kraia* [Cossack went to the Kremlin: time-thinking about the past and present Governor of Krasnodar region]. Krasnodar: Sovetskaya Kuban', 2001, 96 p.
10. Mironenko N.S., Tverdokhlebov I.T. *Rekreatsionnaya geografiya* [Recreational geography]. Moscow: MGU, 1981, 208 p.
11. *Kurortno-turistskii kompleks Krasnodarskogo kraia v 2011–2015 gg.* [Resort and tourist complex of Krasnodar region in 2011-2015]. Statistical collection. Territorial Department of the Federal State Statistics Service for the Krasnodar territory. Krasnodar, 2016.
12. Isachenko T.E. [The main trends of recreation nature management in Russia]. *Geografiya i region* [Geography and the region]. Proceedings of the International Scientific-Practical Conference (September 23-25, 2015): in 6 vol. Vol. VI: Tourism. Perm: Perm. gos. nats. issled. un-t, 2015, pp. 97-100.
13. Zyryanov A.I. *Teoreticheskie aspekty geografii turizma* [Theoretical aspects of tourism geography]. Perm: Perm. gos. nats. issled. un-t, 2013, 158 p.
14. Kuskov A.S., Golubeva V.L., Odintsova T.N. *Rekreatsionnaya geografiya* [Recreational geography]. Moscow: MPSI, Flinta, 2005, 496 p.
15. Kalutskov V.N. *Kul'turnaya geografiya Rossii* [Cultural geography of Russia]. Moscow: MGU, 2016, 140 p.
16. Kruzhalin V.I., Mironenko N.S., Ziger-Korn N.V., Shabalina N.V. *Geografiya turizma* [The geography of tourism]. Moscow: Federal'noe agentstvo po turizmu, 2014, 336 p.
17. *Rosturizm. Statistika* [Rostourism. Statistics]. Official website of the Federal Tourism Agency. Available at: <https://www.russiatourism.ru/contents/statistika/> (accessed 16.10.2018).
18. *Svodnye itogi Vserossiiskoi perepisi naseleniya 2010 goda* [Summary results of the all-Russian population census 2010]. Official website of the Rosstat. Available at: http://www.gks.ru/free_doc/new_site/perepis2010/croc/vol11pdf-m.html (accessed 16.10.2018).
19. Manakov A.G. *Turistskoe raionirovanie mira: geokul'turnyi podkhod* [Tourist division into districts of the world: geo-cultural approach]. *Pskovskii region. zhurn.* 2010, No. 9, pp. 82-90.
20. Vernadskii G.V. *Nachertaniya russkoi istorii* [Outlines of Russian history]. Moscow: Airis-press, 2002, 368 p.
21. Gumilev L.N. *Drevnyaya Rus' i Velikaya step'* [Ancient Rus and the Great steppe]. Moscow: AST, 2002, 848 p.
22. *Statistika i dinamika razvitiya turistsko-rekreatsionnoi sistemy regiona: Krasnodarskii krai* [Statistics and dynamics of development of tourist and recreational system of the region: Krasnodar region]. Ed. D.V. Maksimov. Krasnodar: Kuban. gos. un-t; Prosveshchenie-Yug, 2016, 84 p.

УДК 504.05(98)

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-86-94

ТЕНДЕНЦИИ ИЗМЕНЧИВОСТИ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА РЕЧНЫХ ВОД ЕВРОПЕЙСКОЙ ЧАСТИ АРКТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ РОССИИ*

© 2019 г. О.С. Решетняк^{1,2}, М.Ю. Кондакова¹, А.О. Даниленко¹, Л.С. Косменко¹, В.Н. Решетняк²

¹Гидрохимический институт Росгидромета, Ростов-на-Дону, Россия,

²Институт наук о Земле Южного федерального университета, Ростов-на-Дону, Россия

TRENDS IN THE CHEMICAL COMPOSITION IN THE RIVER WATERS OF THE EUROPEAN PART OF THE ARCTIC ZONE, RUSSIAN FEDERATION

O.S. Reshetnyak^{1,2}, M.Yu. Kondakova¹, A.O. Danilenko¹, L.S. Kosmenko¹, V.N. Reshetnyak²

¹Hydrochemical Institute, Rostov-on-Don, Russia,

²Institute of Earth Sciences, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Решетняк Ольга Сергеевна – кандидат географических наук, старший научный сотрудник, Гидрохимический институт Росгидромета, пр. Стачки, 198, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия; доцент, кафедра геоэкологии и прикладной геохимии, Институт наук о Земле Южного федерального университета, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: olgare1@mail.ru

Кондакова Мария Юрьевна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Гидрохимический институт Росгидромета, пр. Стачки, 198, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: vesna-dm@mail.ru

Даниленко Алеся Олеговна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Гидрохимический институт Росгидромета, пр. Стачки, 198, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: aldanilenko@gmail.com

Косменко Людмила Семеновна – кандидат химических наук, старший научный сотрудник, Гидрохимический институт Росгидромета, пр. Стачки, 198, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: l.kosmenko@gidrohim.com

Решетняк Виктор Николаевич – магистрант, Института наук о Земле Южного федерального университета, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: vnresh3@gmail.com

Olga S. Reshetnyak - Candidate of Geography, Senior Researcher, Hydrochemical Institute Roshydromet, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Associate Professor, Department of Geoecology and Applied Geochemistry, Institute of Earth Sciences, Southern Federal University, Stachki Ave, 198, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: olgare1@mail.ru

Maria Yu. Kondakova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Hydrochemical Institute Roshydromet, Stachki Ave, 198, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vesna-dm@mail.ru

Alesia O. Danilenko - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Hydrochemical Institute Roshydromet, Stachki Ave, 198, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: aldanilenko@gmail.com

Lyudmila S. Kosmenko - Candidate of Chemistry, Senior Researcher, Hydrochemical Institute Roshydromet, Stachki Ave, 198, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: l.kosmenko@gidrohim.com

Viktor N. Reshetnyak - Magistrate, Institute of Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vnresh3@gmail.com

Представлены результаты исследования основных тенденций изменения содержания химических веществ в речных водах европейской части арктической зоны Российской Федерации (АЗ РФ). На основе рангового коэффициента корреляции Кендалла проведена оценка тенденций временной изменчивости за 30-летний период.

Среди статистически значимых тенденций по главным ионам преобладают возрастающие. Отмечается динамика роста содержания гидрокарбонатов, магния и кальция на фоне снижения хлоридов. В изменчивости концентраций биогенных и органических веществ в реках европейской части АЗ РФ среди обнаруженных тенденций преобладают убывающие тренды по аммонийному азоту и органическим веществам и возрастающие – по содержанию нитратов и нефтепродуктов. Для исследуемых речных экосистем АЗ РФ проявляются тренды роста концентраций соединений железа и марганца на фоне снижения меди за многолетний период.

Результаты анализа тенденций позволили оценить состояние экосистем рек европейской части АЗ РФ по степени изменчивости компонентного состава воды. Более половины исследуемых речных экосистем являются

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-05-60165.

относительно благополучными и относятся к градации здоровых экосистем, треть находятся в переходном состоянии. Полученные результаты имеют промежуточный характер, а выявленные тенденции требуют дальнейшего осмысления и выяснения причин, их вызывающих.

Ключевые слова: речные экосистемы, арктическая зона России, тенденции, химический состав, главные ионы, биогенные вещества, органические вещества, тяжелые металлы, состояние экосистем.

It is presented the results of the study of the main trends in the chemical composition in the river waters of the European part of the Arctic zone, Russian Federation (AZ RF). The tendency of temporal variability over a 30-year period was estimated based on the Kendall rank correlation coefficient.

The increasing trends prevail among the statistically significant ones in the main ions. The growth dynamics of bicarbonate, magnesium and calcium content is noted against the background of decreasing chlorides. Decreasing trends in ammonium nitrogen and organic matter and increasing trends in the content of nitrates and petroleum products prevail among the trends found in the variability of concentrations of biogenic and organic substances in the rivers of the European part of the Russian Arctic. Trends of growth in the concentrations of iron and manganese compounds are observed against the background of a decrease in copper over a long-term period for the studied river ecosystems of the Russian Arctic.

The results of the trend analysis made it possible to assess the state of the ecosystems of the rivers of the European part of the AZ RF by the degree of variability of the composition of water. More than half of the studied river ecosystems are relatively prosperous and relate to the gradation of healthy ecosystems, and one third are in a transitional state. The obtained results are intermediate, and the identified trends require further reflection and clarification of the reasons for their arising.

Keywords: river ecosystems, Arctic zone of Russia, trends, chemical composition, main ions, biogenic substances, organic substances, heavy metals, state of ecosystems.

Введение

В последние годы широко исследуется и обсуждается проблема влияния климатических изменений на процессы формирования и особенности химического состава природных вод, а также рассматриваются вопросы, связанные с изменением качества воды и возможными последствиями таких преобразований. Ряд авторов отмечают влияние потепления климата на солевой состав и содержание карбонатов, нитратов, органических веществ в воде [1–5]. Оценки последствий повышения температуры воды как основного показателя климатических изменений для природных вод неоднозначны. Характер влияния температуры определяется изменением гидрологических условий формирования вод и биогеохимических циклов. При потеплении и увеличении количества осадков происходит более интенсивное насыщение почвы влагой, изменяются процессы адсорбции и десорбции веществ, разложения органических веществ в почвах и воде, что может приводить к вымыванию основных катионов в водотоки [4, 5].

Ретроспективный анализ изменения химического состава воды озер (на примере Кольского Севера) показал, что положительный рост аномалий среднегодовых температур способствовал увеличению содержания органического вещества в воде, снижению значений pH (за счет роста содержания анионов органических кислот) и усилению выноса в водные экосистемы металлов, а также росту содержания фосфатов и увеличению трофности экосистем [4]. Аналогичных масштабных исследований по речным водам, к сожалению, практически нет. В силу дина-

мичности речных вод отследить последствия влияния климатических изменений на их химический состав достаточно сложно.

Климатические вариации также влияют и на процессы, происходящие на водосборах рек. При потеплении может происходить изменение условий миграции элементов, смещение кислотно-щелочных и окислительно-восстановительных условий. Все эти изменения влияют на химический состав речных вод за счет усиления таких процессов, как закисление или подщелачивание водной среды, эвтрофирование, биоаккумуляция элементов и др.

К происходящим глобальным процессам, которые и обуславливают трансформацию химического состава речных вод, наиболее чувствительными и уязвимыми являются арктические экосистемы. Климатические изменения в большинстве случаев усугубляют антропогенное воздействие и являются самостоятельным источником негативных изменений экосистем арктической зоны РФ (АЗ РФ) [6].

Специфика Арктического региона такова, что серьезные локальные загрязнения могут при определенных условиях приобретать региональный и даже циркумполярный характер, оказывая влияние на экологическую ситуацию Арктики в целом, в том числе на глобальное изменение климата. Этот огромный регион, который до недавнего времени рассматривался как незагрязненный, за последние несколько десятилетий стал объектом загрязнения из локальных и удаленных источников [6].

К числу наиболее важных для Арктики загрязняющих веществ относят тяжелые металлы, нефтяные продукты, диоксиды серы и оксиды азота, органиче-

ские загрязнители. Наблюдается неоднородность пространственного распределения в водных объектах Российской Арктики соединений железа и цинка, минеральных форм азота, органических веществ и нефтепродуктов [7].

Всё вышеперечисленное обуславливает важность изучения основных тенденций изменчивости химического состава воды рек в условиях климатических изменений, что позволит дать прогнозную оценку изменения химического состава и качества воды при различных вариантах проявления климатических вариаций, а также в условиях продолжающегося техногенного воздействия на водные объекты.

Цель настоящего исследования – выделить основные тенденции изменения содержания химических веществ в речных экосистемах европейской части АЗ РФ и оценить их состояние по степени трансформации химического состава за многолетний период наблюдений. Это позволит в дальнейшем установить причинно-следственные связи изменения химического состава речных вод АЗ РФ под влиянием природных и антропогенных факторов.

Материалы и методика исследования

Важным этапом анализа временных рядов гидрохимических данных является исследование закономерностей трансформации компонентного состава водной среды, т.е. обнаружение и характеристика основной тенденции содержания исследуемых компонентов в водной среде.

Появление основной тенденции в продолжительном временном ряду гидрохимических данных может быть обусловлено действием ряда факторов, неоднородных по силе и направлению воздействия на компонентный состав. В общем виде эти факторы можно разделить на глобальные, вызывающие однонаправленные изменения на обширных территориях, и локальные, действующие на отдельные водные объекты или территориально близко расположенные группы водных объектов.

Для количественной оценки основных тенденций временной изменчивости гидрохимических показателей за 30-летний период был рассчитан ранговый коэффициент корреляции Кендалла, характеризующий меру линейной связи между датой отбора и концентрацией вещества в пробе. Для расчета ранговых коэффициентов корреляции и уровня доверительной вероятности, при котором эти коэффициенты могут считаться статистически значимыми, использован программный пакет STATISTICA 13.3. В качестве независимой переменной выступали данные о дате отбора проб, преобразованные в числовой

формат и ранжированные в порядке возрастания, в качестве зависимой переменной – данные о концентрациях химических веществ, измеренных в день отбора. Наличие статистически значимой прямой связи говорит о том, что более ранним датам соответствуют более низкие концентрации вещества в пробах, при обратной связи более ранним датам соответствуют более высокие концентрации. Соответственно, отрицательная величина рангового коэффициента корреляции указывает на постепенное снижение во времени (за 30 лет) значений концентраций, положительная – об их постепенном возрастании.

Учитывая неравномерность сроков отбора проб и сильную внутригодовую вариацию концентраций химических веществ, трактовка тесноты связи по линейному коэффициенту корреляции осуществлялась по следующим критериям: $r = 1,00$ – функциональная связь; $0,75 \leq r < 1,00$ – очень сильная связь; $0,50 \leq r < 0,75$ – связь тесная (сильная); $0,25 \leq r < 0,50$ – связь средняя (умеренная); $0,00 \leq r < 0,25$ – связь слабая.

В качестве объектов исследования выбраны реки или их участки в пределах европейской части АЗ РФ:

- в пределах зон тундры и лесотундры реки Териберка, Печенга, Ура, Печора, Уса, Колва, Адзья и Сула (9 пунктов наблюдений на 8 реках);

- в таёжной зоне реки Лотта, Патсо-йоки, Колос-йоки, Нама-йоки, Кола, Акким, Печенга, Кица, Вирма, Поной и Уса (12 пунктов на 11 реках).

Исходные данные – многолетняя (1985–2015 гг.) режимная гидрохимическая информация Государственной наблюдательной сети (ГНС) Росгидромета о состоянии и загрязнении окружающей среды в части поверхностных вод суши. Исследование выполнено по таким гидрохимическим показателям, как хлориды, сульфаты, гидрокарбонаты, кальций, азот аммонийный и нитратный, растворенный в воде кислород, БПК₅, ХПК, нефтепродукты, соединения железа, меди, цинка и марганца.

Результаты и их обсуждение

Основные тенденции изменчивости концентраций главных ионов в реках европейской части АЗ РФ. Для речных экосистем европейской части АЗ РФ всего выявлено 53 статистически значимых тенденции в изменчивости концентраций главных ионов, из которых 20 характерны для рек тундровой и лесотундровой зон, 33 – для таёжной. Более чем в половине выявленных случаев тенденции характеризуются как возрастающие (33 случаев из 53), причем большая часть приурочена к речным экосистемам таёжной зоны.

Для концентраций гидрокарбонатов в большинстве случаев (71,4 %) обнаружена статистически значимая возрастающая тенденция, по хлоридам – убывающая (76,2 %). Для магния и кальция характерно отсутствие тренда в 66,7 % случаев. И только по сульфатам – возрастающие, убывающие тенденции и отсутствие тренда распределены равномерно (табл. 1).

Закономерность снижения содержания сульфатов в поверхностных водах Кольского региона отмечалась в ряде исследований, где в качестве основной причины указана тенденция снижения эмиссии кислотообразующих веществ на водосборы [4, 5]. Однако нами за 30-летний период четкой тенденции снижения концентраций сульфатов в воде рек не выявлено.

Таблица 1

Значения рангового коэффициента корреляции Кендалла между датами отбора проб и измеренными концентрациями главных ионов / Kendall rank correlation coefficient values between sampling dates and concentrations of main ions

Номер*	Река	Пункт наблюдений	Ранговый коэффициент корреляции г (Кендалла)				
			Ионы магния	Ионы кальция	Хлориды	Сульфаты	Гидрокарбонаты
Тундровая и лесотундровая зоны							
1	Териберка	60 км Серебрянской автодороги	-0,06	-0,01	-0,21	-0,03	0,20
2	Печенга	ст. Печенга	0,26	0,23	0,01	0,19	0,22
3	Ура	с. Ура-Губа	-0,06	0,00	-0,15	0,11	0,22
4	Печора	г. Нарьян-Мар	-0,04	-0,09	-0,08	-0,28	-0,03
5	Уса	ст. Сейда	0,16	0,06	-0,12	0,0001	0,11
6	Уса	с. Адзъва	0,09	0,05	-0,13	-0,05	0,08
7	Колва	с. Хорей-Вер	0,05	0,05	-0,09	-0,24	0,13
8	Адзъва	д. Харута	0,08	0,09	0,02	-0,12	0,14
9	Сула	д. Коткино	0,0001	0,04	0,09	-0,23	0,12
Тасжная зона							
10	Лотта	Устье	0,09	0,08	-0,22	0,17	0,25
11	Патсо-йоки	Борисоглебская ГЭС	-0,07	0,17	-0,20	-0,13	0,23
12	Кола	Исток	0,14	0,48	-0,09	0,12	0,57
13	Кола	г. Кола	0,0001	0,0001	-0,17	0,01	0,26
14	Акким	п. Приречный	-0,20	0,04	-0,23	0,12	0,31
15	Печенга	п. Корзуново	0,24	0,17	-0,08	0,16	0,15
16	Кица	Устье	0,01	-0,07	-0,13	0,05	0,11
17	Нама-йоки	пгт Луостари	0,22	0,13	0,01	0,15	0,13
18	Вирма	с. Ловозеро	0,01	-0,03	-0,08	0,10	0,09
19	Колос-йоки	пгт Никель	0,04	0,14	-0,15	-0,01	0,18
20	Поной	с. Красноселье	-0,10	0,02	-0,23	0,03	-0,01
21	Уса	с. Усть-Уса	-0,03	-0,05	-0,01	-0,26	0,01

Примечание. Статистически значимые ранговые коэффициенты корреляции при $p < 0,05$ и выше выделены цветом: светло-серый цвет означает убывающую тенденцию, темно-серый – возрастающую.

Обращает на себя внимание преобладание возрастающих трендов по гидрокарбонатам. С одной стороны, рост концентрации углекислого газа в атмосфере (при климатических изменениях) может приводить к дополнительному поглощению этого газа водной средой. Далее происходит смещение карбонатно-кальциевого равновесия в экосистеме и могут наблюдаться подкисление водной среды и снижение концентрации гидрокарбонат-ионов. Но, с другой стороны, потепление климата и увеличение водности северных рек могут приводить к усилению процессов вымывания гидрокарбонатов и основных катионов (магния и кальция) из горных пород. Это вполне согласуется с нашими данными: наличие возрастающих трендов по гидрокарбонатам (для подавляющего

большинства исследуемых речных экосистем) и основным катионам (для отдельных водных объектов – трети исследуемых речных экосистем).

Также стоит отметить те водные объекты, для которых практически по всем главным ионам, кроме хлоридов, выявлены статистически значимые возрастающие тренды – это реки Печенга (ст. Печенга, пос. Корзуново), Кола (исток) и Нама-йоки (пгт Луостари). Это, в свою очередь, может быть связано с возрастанием локальной антропогенной нагрузки на водосборах.

Таким образом, в целом по главным ионам выявлены тренды снижения хлоридов в воде и возрастания содержания гидрокарбонатов, магния и кальция при неоднозначной ситуации по сульфатам.

Основные тенденции изменчивости концентраций минеральных форм азота, растворенного кислорода и органических веществ в реках европейской части АЗ РФ. За 30-летний период наблюдений для речных экосистем европейской части АЗ РФ всего выявлено 71 статистически значимая тенденция в изменчивости концентраций растворенного кислорода, биогенных и органических веществ, из которых 27 характерны для рек тундровой и лесотундровой зон, 44 – для таёжной. Убывающая временная динамика выявлена в большинстве случаев (42 тренда), что составило 59 %. Распределение убывающих тенденций по зонам достаточно равномерно в отличие от возрастающих тенденций. В таёжной зоне

европейской части арктической зоны – 20 возрастающих трендов из 29 (табл. 2).

Для концентраций нефтепродуктов в речных водах в 67 % случаев выявлена статистически значимая возрастающая тенденция, по легкоокисляемым органическим веществам (по БПК₅) – убывающая (63,2 %). Для азота аммонийного, кислорода и трудноокисляемых органических веществ (по ХПК) характерно отсутствие тренда в большинстве случаев (52–62 %). В изменчивости концентрации азота нитратного возрастающие, убывающие тенденции и отсутствие тренда распределены следующим образом – 43, 19 и 38 % (табл. 2).

Таблица 2

Значения рангового коэффициента корреляции Кендалла между датами отбора проб и измеренными концентрациями растворенного кислорода, биогенных и органических веществ / Kendall rank correlation coefficient values between sampling dates and concentrations of dissolved oxygen, biogenic and organic substances

№ ВО	Река	Пункт	Ранговый коэффициент корреляции r (Кендалла)					
			Ионы аммония	Нитрат-ионы	Растворенный кислород	Органическое вещество		Нефте-продукты
						по БПК ₅	по ХПК	
Тундровая и лесотундровая зоны								
1	Териберка	60 км Серебрянской автодороги	0,03	-0,06	0,06	-0,11	-0,05	0,28
2	Печенга	ст. Печенга	0,05	0,31	0,05	-0,12	-0,03	0,23
3	Ура	с. Ура-Губа	-0,02	-0,04	0,0001	-0,07	-0,07	-0,02
4	Печора	г. Нарьян-Мар	-0,04	0,0001	-0,09	0,05	-0,07	0,17
5	Уса	ст. Сейда	-0,36	0,17	-0,03	м.д.*	-0,23	-0,60
6	Уса	с. Адзьва	-0,30	0,20	0,07	м.д.	-0,18	-0,45
7	Колва	с. Хорей-Вер	-0,47	0,21	-0,06	-0,11	-0,12	-0,45
8	Адзьва	д. Харута	-0,25	0,20	-0,10	-0,17	0,0001	-0,34
9	Сула	д. Коткино	-0,22	0,31	-0,19	-0,04	0,0001	-0,13
Тасажная зона								
10	Лотта	Устье	0,02	-0,22	-0,19	-0,02	-0,01	0,30
11	Патсо-йоки	Борисоглебская ГЭС	-0,08	-0,09	-0,06	-0,10	0,10	0,30
12	Кола	Исток	-0,08	-0,15	0,11	-0,06	-0,09	0,30
13	Кола	г. Кола	-0,18	-0,05	0,20	-0,18	0,0001	0,25
14	Акким	п. Приречный	-0,01	-0,09	-0,20	0,03	0,06	0,30
15	Печенга	п. Корзуново	0,05	0,24	0,02	-0,07	-0,07	0,27
16	Кица	Устье	-0,11	-0,15	0,17	-0,20	0,0001	0,30
17	Нама-йоки	пгт Луостари	-0,21	0,14	0,04	-0,21	-0,19	0,23
18	Вирма	с. Ловозеро	0,16	-0,04	0,17	-0,23	-0,08	0,27
19	Колос-йоки	пгт Никель	-0,09	0,08	-0,02	-0,08	-0,33	0,26
20	Поной	с. Краснощелье	0,0001	-0,20	м.д.	-0,15	0,12	0,18
21	Уса	с. Усть-Уса	-0,40	0,31	-0,18	-0,42	0,03	-0,32

Примечание. * – мало данных для анализа; статистически значимые ранговые коэффициенты корреляции при $p < 0,05$ и выше выделены цветом: светло-серый цвет означает убывающую тенденцию, темно-серый – возрастающую.

Обращает на себя внимание преобладание убывающих тенденций по легко- и трудноокисляемым органическим веществам на фоне доминирования возрастающих трендов по нефтепродуктам. Это может быть связано в первую очередь с низкой скоростью

трансформации нефтяных углеводородов в суровых природно-климатических условиях Арктического региона или с активной их добычей. Динамика прироста нефтепродуктов со временем характерна для всех речных экосистем таёжной зоны, кроме

р. Уса (с. Усть-Уса), причем выявленная статистически значимая связь характеризуется средней силой.

Сравнение временной динамики изменения концентраций ионов аммония и нитратов показало их разнонаправленный характер. Так, для ряда речных участков выявлено уменьшение содержания азота аммонийного на фоне возрастающего тренда содержания нитратов в воде (это характерно для исследуемых рек бассейна Печора – Усы, Колвы, Адзвы и Сулы в пределах тундровой и лесотундровой зон).

Поскольку одним из наиболее значимых источников биогенных веществ являются внутриводоемные процессы и поступление с речным стоком [8, 9], наблюдаемое увеличение концентраций нитратного азота может быть обусловлено сдвигом окислительно-восстановительных процессов в сторону окисления вследствие изменения климата.

Повышение температуры и увеличение количества выпадающих осадков могут также способствовать повышению содержания нитратов в воде за счет дополнительного их выноса из почвенного покрова и увеличения периода нитрификации (дольше работают

нитрифицирующие бактерии в почве и водной среде). Эти же процессы могут приводить к снижению содержания азота аммонийного в речных водах.

Таким образом, в целом по биогенным и органическим веществам выявлены убывающие тенденции по аммонийному азоту и органическим веществам и рост содержания во времени нитратов и нефтепродуктов.

Основные тенденции изменчивости концентраций соединений тяжелых металлов в реках европейской части АЗ РФ. Для речных экосистем европейской части АЗ РФ всего выявлено 45 статистически значимых тенденций в изменчивости концентраций соединений тяжелых металлов, из которых 17 характерны для рек тундровой и лесотундровой зон и 28 – для таежной. Распределение основных тенденций по направленности примерно равномерное – в воде рек европейской части АЗ РФ обнаружено 20 убывающих и 25 возрастающих тенденций. Из числа выявленных тенденций в зонах тундры и лесотундры преобладают возрастающие, а в речных экосистемах зоны тайги количество обратных и прямых зависимостей одинаково (табл. 3).

Таблица 3

Значения рангового коэффициента корреляции Кендалла между датами отбора проб и измеренными концентрациями соединений тяжелых металлов / Kendall rank correlation coefficient values between sampling dates and concentrations of heavy metal compounds

№ ВО	Река	Пункт	Ранговый коэффициент корреляции r (Кендалла) для соединений			
			железа	меди	цинка	марганца
Тундровая и лесотундровая зоны						
1	Териберка	60 км Серебрянской автодороги	–0,03	–0,09	0,12	0,06
2	Печенга	ст. Печенга	–0,13	0,15	0,08	0,21
3	Ура	с. Ура-Губа	0,31	–0,01	м.д.*	0,14
4	Печора	г. Нарьян-Мар	0,12	–0,13	0,03	0,24
5	Печора	ст. Сейда	0,08	–0,19	м.д.	н.д.**
6	Печора	с. Адзва	–0,06	м.д.	м.д.	м.д.
7	Колва	с. Хорей-Вер	0,40	–0,33	м.д.	н.д.
8	Адзва	д. Харута	0,18	–0,18	м.д.	н.д.
9	Сула	д. Коткино	0,49	–0,02	м.д.	н.д.
Таежная зона						
10	Лотта	Устье	0,32	–0,09	–0,17	0,15
11	Патсо-йоки	Борисоглебская ГЭС	–0,15	0,08	0,04	0,13
12	Кола	Исток	–0,18	–0,21	0,01	–0,14
13	Кола	г. Кола	0,05	–0,14	0,03	0,06
14	Акким	п. Приречный	0,25	–0,10	м.д.	0,23
15	Печенга	п. Корзуново	–0,12	0,21	м.д.	0,21
16	Кица	Устье	0,03	–0,23	–0,06	0,06
17	Нама-йоки	пгт Луостари	–0,05	0,24	0,07	0,21
18	Вирма	с. Ловозеро	0,25	–0,13	–0,21	0,26
19	Колос-йоки	пгт Никель	–0,19	0,21	0,05	0,04
20	Поной	с. Краснощелье	0,38	–0,18	м.д.	0,18
21	Уса	с. Усть-Уса	0,39	–0,35	м.д.	м.д.

Примечание. * – м.д. – мало данных для анализа; ** – н.д. – нет данных; статистически значимые ранговые коэффициенты корреляции при $p < 0,05$ и выше выделены цветом: светло-серый цвет означает убывающую тенденцию, темно-серый – возрастающую.

Концентрации соединений железа и меди за период с 1985 по 2015 г. были измерены в воде всех исследуемых участков, соединений цинка – только в 11, соединений марганца – в 15. Для железа, меди и марганца статистически значимые возрастающие и убывающие тенденции их концентраций выявлены в большинстве контролируемых водных объектов. По соединениям цинка преобладают случаи (64 %) отсутствия статистически значимого тренда (табл. 3). Для концентраций марганца в воде в большинстве случаев (66,7 %) обнаружена статистически значимая возрастающая тенденция, для меди – убывающая (60 %). Для железа возрастающие, убывающие тенденции и отсутствие тренда распределены примерно равномерно (43 – 24 – 33 %).

Преобладание возрастающих трендов в изменчивости концентраций железа и марганца может быть связано с повышенным природным содержанием данных металлов в речных водах Кольского Севера [10, 11] и высокой антропогенной нагрузкой со стороны горно-металлургических предприятий.

Таким образом, в целом для речных экосистем европейской части Арктического региона России выявлены тенденции возрастания концентраций соединений железа и марганца на фоне снижения содержания меди в воде большинства исследуемых рек.

Оценка силы связи. В большинстве случаев обнаруженная статистически значимая связь для биогенных и органических веществ, тяжелых металлов и главных ионов (65, 78 и 85 % соответственно) имеет слабую силу. В отдельных водных объектах она возрастает до умеренной (средней), а более тесная (сильная) статистически значимая связь выявлена в единичных случаях. Это обусловлено природой гидрохимических данных, использованных для анализа. Теснота связи возрастает при параллельном характере вариации двух рядов, т.е. если гладкая и периодическая составляющие трендов обоих рядов данных будут одинаковы, связь станет функциональной. Однако в сложившихся условиях именно периодическая составляющая тренда концентраций химических веществ, зависящая от сезонных колебаний их содержания, маскирует совпадение вариации гладких составляющих трендов времени и концентрации.

Ранжирование речных экосистем. Анализ выявленных тенденций химического состава речных вод, выполненный по 12–15 гидрохимическим показателям за многолетний период (с 1985 по 2015 г.), позволил сгруппировать речные экосистемы по количеству выявленных трендов:

1) от 4 до 7 трендов выявлено для участков рек Ура, Териберка, Уса, Колос-йоки и Поной (соответственно от 36 до 46 % показателей характеризуются наличием тренда);

2) от 8 до 10 трендов – для участков рек Печора, Уса (ст. Сейда), Колва, Адзья, Сула, Лотта, Патсойоки, Кола, Акким, Кица и Вирма (от 53 до 67 % показателей имеют значимый тренд);

3) по 11 трендов выявлено для участков рек Печенга (ст. Печенга, пос. Корзуново) (73 и 79 %) и Нама-йоки (73 % показателей имеют значимый тренд).

По доле параметров, имеющих тренды за многолетний период, можно оценить состояние экосистем рек европейской части АЗ РФ по степени изменчивости компонентного состава воды. Этот методический подход изложен в работе [12], где авторы классифицировали экосистемы на здоровые – это такие экосистемы, у которых тренды имеют менее 50 % показателей, нарушенные – более 75 % – и переходные – от 50 до 75 % показателей с трендами.

Таким образом, по данным о наличии трендов гидрохимических показателей можно сказать, что большинство исследуемых речных экосистем европейской части АЗ РФ относятся к грации здоровых (52,4 %) и переходных (33,3 %) экосистем. Только отдельные участки рек Печенга и Нама-йоки находятся в нарушенном состоянии, и дополнительное антропогенное воздействие может усилить трансформацию химического состава их водной среды.

Заключение

Проведенные исследования позволили на основе рангового коэффициента корреляции Кендалла выявить и оценить основные тенденции временной изменчивости гидрохимических показателей за 30-летний период для речных экосистем европейской части АЗ РФ.

Всего выявлено 53 статистически значимые тенденции в изменчивости концентраций главных ионов, из которых более чем в половине случаев тенденции характеризуются как возрастающие. Выявлена динамика снижения хлоридов, возрастающие тренды содержания гидрокарбонатов, магния и кальция при неоднозначной ситуации по сульфатам.

В изменчивости концентраций биогенных и органических веществ в реках европейской части АЗ РФ тенденции обнаружены в 71 случае с преобладанием убывающих трендов. За многолетний период формируются убывающие тенденции по аммонийному азоту и органическим веществам и возрастающие – по содержанию нитратов и нефтепродуктов.

Для исследуемых речных экосистем выявлено 45 статистически значимых тенденций в изменчивости концентраций соединений тяжелых металлов, распределение которых по направленности примерно равномерное. В целом для речных экоси-

стем европейской части АЗ РФ проявляются тренды роста концентраций соединений железа и марганца на фоне снижения меди в воде большинства исследуемых рек.

По всем химическим веществам в большинстве случаев обнаруженная статистически значимая связь (65–85 %) имеет слабую силу, и только в отдельных водных объектах она возрастает до умеренной (средней силы).

Анализ выявленных тенденций химического состава речных вод позволил оценить состояние экосистем рек европейской части АЗ РФ по степени изменчивости компонентного состава воды. Более половины исследуемых речных экосистем являются относительно благополучными и относятся к грации здоровых экосистем, треть находится в переходном состоянии.

Полученные результаты имеют промежуточный характер, выявленные тенденции требуют дальнейшего осмысления и выяснения причин, их вызывающих. Тем не менее это может быть использовано при решении таких актуальных задач, как прогноз качества воды в условиях происходящих климатических вариаций; разработка региональных критериев оценки современного качества воды и состояния водных экосистем; прогнозирование изменения химического состава речных вод; разработка экологически обоснованных водоохраных мероприятий, направленных на сохранение и восстановление речных экосистем Арктического региона.

Литература

1. Маккавеев П.Н. Растворенный неорганический углерод в океане и климат // Геология. Инженерная геология. Гидрогеология. Геоэкология. 2012. № 3. С. 197–204.
2. Моисеенко Т.И., Дину М.И. Феномен нарастания органических кислот в природных водах и их влияние на закисление вод // Докл. АН. 2015. Т. 460, № 5. С. 574–578.
3. Lehn G.O., Jacobson A.D., Douglas T.A., McClelland J.W., Barker A.J., Khosh M.S. Constraining seasonal active layer dynamics and chemical weathering reactions occurring in North Slope Alaskan watersheds with major ion and isotope ($\delta^{34}\text{S}_{\text{SO}_4}$, $\delta^{13}\text{C}_{\text{DIC}}$, $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$, $\delta^{44}/^{40}\text{Ca}$, and $\delta^{44}/^{42}\text{Ca}$) measurements // *Geochimica et Cosmochimica Acta*. 2017. Vol. 217. P. 399–420. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.gca.2017.07.042> (дата обращения: 12.11.2012).
4. Моисеенко Т.И., Гашикина Н.А. Формирование химического состава вод озёр в условиях изменения окружающей среды. М.: Наука, 2010. 268 с.
5. Гашикина Н.А. Пространственно-временная изменчивость химического состава вод малых озёр в

современных условиях изменения окружающей среды : дис. ... д-ра геогр. наук. М., 2014. 207 с.

6. Диагностический анализ состояния окружающей среды арктической зоны Российской Федерации / отв. ред. Б.А. Моргунов. М.: Научный мир, 2011. 200 с.

7. Никаноров А.М., Брызгалов В.А., Косменко Л.С., Даниленко А.О. Реки материковой части Российской Арктики. Ростов н/Д.: Изд-во Южн. фед. ун-та, 2016. 276 с.

8. Никаноров А.М., Брызгалов В.А., Косменко Л.С., Решетняк О.С. Роль химического речного стока в антропогенной трансформации состояния водной среды Енисейской устьевой области // *Водные ресурсы*. 2010. Т. 37, № 4. С. 434–444.

9. Брызгалов В.А., Решетняк О.С., Косменко Л.С., Кондакова М.Ю. Изменчивость экологического состояния и транспорт загрязняющих веществ по длине р. Печоры // *Вестн. Сев. (Арктического) ун-та. Естеств. науки*. 2015. № 3. С. 5–14.

10. Никаноров А.М., Соколова Л.П., Косменко Л.С., Решетняк О.С. Оценка состояния гидробиоценоза на участках водных объектов Кольского Севера с высокой степенью загрязнённости воды соединениями меди и никеля // *Метеорология и гидрология*. 2009. № 11. С. 69–80.

11. Решетняк О.С., Даниленко А.О., Кондакова М.Ю., Косменко Л.С. Природные концентрации химических веществ и гидрохимические аномалии в речных водах европейской части России в пределах природно-территориальных комплексов // *Водные ресурсы: новые вызовы и пути решения: сб. науч. тр. Новочеркасск: Лик, 2017. С. 421–426.*

12. Dobiesz N.E., Hecky R.E., Johnson T.B., Sarvala J., Dettmers J.M., Lehtiniemi M., Rudstam L.G., Madenjian C.P., Witte F. Metrics of ecosystem status for large aquatic systems – A global comparison // *J. of Great Lakes Research*. 2010. Vol. 36. P. 123–138.

References

1. Makkaveev P.N. Rastvorenniy neorganicheskiy uglerod v okeane i klimat [Dissolved inorganic carbon in the ocean and climate]. *Geologiya. Inzhenernaya geologiya. Gidrogeologiya. Geokriologiya*. 2012, No. 3, pp. 197–204.
2. Moiseenko T.I., Dinu M.I. Fenomen narastaniya organicheskikh kislot v prirodnykh vodakh i ikh vliyanie na zakislenie vod [The phenomenon of the rise of organic acids in natural waters and their influence on acidification of waters]. *Dokl. AN*. 2015, vol. 460, No. 5, pp. 574–578.
3. Lehn G.O., Jacobson A.D., Douglas T.A., McClelland J.W., Barker A.J., Khosh M.S. Constraining seasonal active layer dynamics and chemical weathering reactions occurring in North Slope Alaskan watersheds with major ion and isotope ($\delta^{34}\text{S}_{\text{SO}_4}$, $\delta^{13}\text{C}_{\text{DIC}}$, $^{87}\text{Sr}/^{86}\text{Sr}$, $\delta^{44}/^{40}\text{Ca}$, and $\delta^{44}/^{42}\text{Ca}$) measurements. *Geochimica et Cosmochimica Acta*. 2017, vol. 217, pp. 399–420. Available at: <http://dx.doi.org/10.1016/j.gca.2017.07.042> (accessed 12.11.2012).

4. Moiseenko T.I., Gashkina N.A. *Formirovanie khimicheskogo sostava vod ozer v usloviyakh izmeneniya okruzhayushchei sredy* [Formation of the chemical composition of lake waters in the changing environment]. Moscow: Nauka, 2010, 268 p.

5. Gashkina N.A. *Prostranstvenno-vremennaya izmenchivost' khimicheskogo sostava vod mal'kikh ozer v sovremennykh usloviyakh izmeneniya okruzhayushchei sredy: dis. ... d-ra geogr. nauk* [Spatio-temporal variability of chemical composition of waters of small lakes in modern conditions of environmental change]. Moscow, 2014. 207 p.

6. *Diagnostichestkii analiz sostoyaniya okruzhayushchei sredy arkticheskoi zony Rossiiskoi Federatsii* [Diagnostic analysis of the state of the environment of the Arctic zone of the Russian Federation]. Ed. B.A. Morgunov. Moscow: Nauchnyi mir, 2011, 200 p.

7. Nikanorov A.M., Bryzgalo V.A., Kosmenko L.S., Danilenko A.O. *Reki materikovoï chasti Rossiiskoi Arktiki* [Rivers of the mainland of the Russian Arctic]. Rostov-on-Don: Izd-vo Yuzhn. fed. un-ta, 2016, 276 p.

8. Nikanorov A.M., Bryzgalo V.A., Kosmenko L.S., Reshetnyak O.S. Rol' khimicheskogo rechnogo stoka v antropogennoi transformatsii sostoyaniya vodnoi sredy Eniseiskoi ust'evoi oblasti [The role of chemical river runoff in the anthropogenic transformation of the state of aquatic environment in the Yenisei estuary area]. *Vodnye resursy*. 2010, vol. 37, No. 4, pp. 434-444.

9. Bryzgalo V.A., Reshetnyak O.S., Kosmenko L.S., Kondakova M.Yu. *Izmenchivost' ekologicheskogo sostoyaniya i transport zagryaznyayushchikh veshchestv po dline r. Pechory* [Variability of the ecological state and the transport of pollutants along the length of the Pechora river]. *Vestn. Sev. (Arkticheskogo) un-ta. Estestv. nauki*. 2015, No. 3, pp. 5-14.

10. Nikanorov A.M., Sokolova L.P., Kosmenko L.S., Reshetnyak O.S. Otsenka sostoyaniya gidrobiotsenoza na uchastkakh vodnykh ob"ektov Kol'skogo Severa s vysokoi stepen'yu zagryaznennosti vody soedineniyami medi i nikelya [Assessment of hydrobiocenosis status in the areas of water bodies of the Kola North with a high degree of water pollution by copper and nickel compounds]. *Meteorologiya i gidrologiya*. 2009, No. 11, pp. 69-80.

11. Reshetnyak O.S., Danilenko A.O., Kondakova M.Yu., Kosmenko L.S. [Natural concentrations of chemicals and hydrochemical anomalies in river waters of the European part of Russia within natural-territorial complexes]. *Vodnye resursy: novye vyzovy i puti resheniya* [Water resources: new challenges and solutions]. Collection of scientific papers Novocherkassk: Lik, 2017, pp. 421-426.

12. Dobiesz N.E., Hecky R.E., Johnson T.B., Sarvala J., Dettmers J.M., Lehtiniemi M., Rudstam L.G., Madenjian C.P., Witte F. Metrics of ecosystem status for large aquatic systems - A global comparison. *J. of Great Lakes Research*. 2010, vol. 36, pp. 123-138.

УДК 551.4(477.75)

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-95-100

ГУСТОТА РАСЧЛЕНЕНИЯ РЕЛЬЕФА НА ТЕРРИТОРИИ КРЫМСКОГО ПОЛУОСТРОВА

© 2019 г. В.А. Табунщик¹, Е.А. Петлюкова¹

¹Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского, Симферополь, Россия

DENSITY OF THE RELIEF DISSECTION ON THE TERRITORY OF THE CRIMEAN PENINSULA

V.A. Tabunshchik¹, E.A. Petlukova¹

¹Vernadsky Crimean Federal University, Simferopol, Russia

Табунщик Владимир Александрович – старший лаборант, кафедра физической географии, океанологии и ландшафтоведения, факультет географии, геоэкологии и туризма, Таврическая академия, Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского, пр. Вернадского, 4, г. Симферополь, Республика Крым, 295007, Россия, e-mail: tabunshchik@ya.ru

Vladimir A. Tabunshchik - Senior Laboratory Assistant, Physical Geography, Oceanology and Landscape Science Department, Faculty of Geography, Geoecology and Tourism, Taurida Academy, Vernadsky Crimean Federal University, Vernadskogo Ave, 4, Simferopol, Republic of Crimea, 295007, Russia, e-mail: tabunshchik@ya.ru

Петлюкова Екатерина Александровна – старший лаборант, кафедра физической географии, океанологии и ландшафтоведения, факультет географии, геоэкологии и туризма, Таврическая академия, Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского, пр. Вернадского, 4, г. Симферополь, Республика Крым, 295007, Россия, e-mail: petlukova@mail.ru

Ekaterina A. Petlukova - Senior Laboratory Assistant, Physical Geography, Oceanology and Landscape Science Department, Faculty of Geography, Geoecology and Tourism, Taurida Academy, Vernadsky Crimean Federal University, Vernadskogo Ave, 4, Simferopol, Republic of Crimea, 295007, Russia, e-mail: petlukova@mail.ru

Рассматривается методика построения карты густоты расчленения рельефа с использованием современных методов геоинформатики и открытых геоданных – цифровой модели рельефа Shuttle radar topographic mission (SRTM). На основании методики для территории Крымского полуострова построена карта густоты расчленения рельефа. Значения показателя густоты расчленения рельефа колеблется от 0,0 до 4,35 км/км². Среднее значение показателя составляет 0,43 км/км². Дополнительно проанализировано распределение показателя густоты расчленения рельефа для гидроморфного, плакорного, низкогорного и среднегорного ландшафтных уровней на территории Крымского полуострова: определены минимальные, максимальные и средние значения показателя густоты расчленения рельефа, а также диапазоны значений показателей в пределах каждого из рассматриваемых ландшафтных уровней.

Ключевые слова: Крым, Крымский полуостров, рельеф, густота расчленения рельефа, ландшафт, ландшафтный уровень.

In the article the methods of constructing a map of the density of the relief dissection of using modern methods of geoinformatics and open geodata - digital terrain model Shuttle radar topographic mission (SRTM) are considered. On the basis of the methodology for the territory of the Crimean Peninsula built a map of the density of the relief dissection. Values of the index of the density of the relief dissection varies from 0.0 to 4.35 km/km². Average value of the index is 0.43 km/km². Further distribution of the indicator of the density of the relief dissection for hydromorphic, plain, low mountain and middle mountain landscape levels on the territory of the Crimean Peninsula are analyzed. For landscape levels on the territory of the Crimean Peninsula minimum, maximum and average values of the indicator of the density of the relief dissection and ranges of values of indicators within each of the considered landscape levels are determined.

Keywords: Crimea, Crimean Peninsula, relief, density of the relief dissection, landscape, landscape level.

Введение

Густота расчленения рельефа является важным показателем, от которого зависит развитие многих отраслей народного хозяйства. Особенно актуален этот вопрос для территории Крымского полуострова, которая активно используется в хозяйственной деятельности уже на протяжении более двух тысяч лет [1].

Изучению рельефа Крымского полуострова посвящен обширный круг работ [2–9], однако по изучению густоты расчленения рельефа имеются только единичные работы [10, 11].

Оценка морфометрических показателей рельефа, к которым относятся и оценка густоты расчленения рельефа, и изучение овражно-балочной сети, проводилась многими исследователями на примере различных территорий: Сахалина [12], Русской равнины [13], Белоруссии [14], европейской части России [15, 16], Белгородской области [17], Кавказа [18, 19], Восточно-Европейской равнины [20], Приволжского федерального округа [21], Республики Марий Эл [22], Удмуртии [23].

Материалы и методы

Густота расчленения рельефа (горизонтальное расчленение рельефа) – это морфометрический показатель, численно равный отношению длины тальвегов эрозионных форм к единице площади (зачастую 1 км²).

Основой исследования послужили открытые наборы геоданных – Shuttle radar topographic mission (SRTM). На основе данных SRTM в дальнейшем производился расчет показателя густоты расчленения рельефа Крымского полуострова.

Методика исследования густоты расчленения рельефа основана на использовании программного комплекса ArcGIS и открытых наборов геоданных – SRTM. Она состоит в следующем [11, 14]:

1. Цифровая модель рельефа SRTM для территории Крымского полуострова загружается в программный комплекс ArcGIS.

2. С помощью инструмента «заполнение» из группы инструментов «Гидрология» набора инструментов Spatial Analyst в цифровой модели рельефа SRTM заполняются локальные понижения рельефа.

3. «Направление стока» из группы инструментов «Гидрология» набора инструментов Spatial Analyst определяет направление стока для каждого пикселя цифровой модели рельефа SRTM, предварительно обработанной (п. 2) инструментом «заполнение».

4. «Суммарный сток» из группы инструментов «Гидрология» набора инструментов Spatial Analyst рассчитывает значения суммарного стока на основании раstra направления стока (п. 3).

5. «Калькулятор раstra» из группы инструментов «Алгебра карт» набора инструментов Spatial Analyst выполняет анализ раstra суммарного стока (п. 4) и строит растр линейной сети водотоков.

6. «Идентификация водотоков» из группы инструментов «Гидрология» набора инструментов Spatial Analyst позволяет идентифицировать растровую линейную сеть водотоков (п. 5) и построить растр постоянных и временных водотоков.

7. «Водоток в пространственный объект» из группы «Гидрология» набора инструментов Spatial Analyst преобразует растр линейной сети водотоков с учетом идентификации водотоков (п. 6) в линейную сеть водотоков в векторном формате.

8. Инструмент «слияние» из группы «Генерализация» набора инструментов «Управление данными» все ранее идентифицированные водотоки (п. 6 и 7) объединяет в один векторный объект.

9. «Построить сетку» из группы «Создание образцов» набора инструментов «Управление данными» на исследуемой территории дает возможность построить сетку квадратов размером 1×1 км.

10. Инструмент «объект в полигон» из группы «Пространственные объекты» набора инструментов «Управление данными» преобразует сетку квадратов размером 1×1 км в полигональную сетку с размером квадрата 1×1 км.

11. С помощью инструмента «пересечение» из группы инструментов «Наложение» набора инструментов «Анализ» вычисляется геометрическое пересечение векторного слоя с сеткой водотоков (п. 8) и квадратов размером 1×1 км (п. 10) и подсчитывается значение длин водотоков в пределах каждого квадрата 1×1 км.

12. «Пространственное соединение» из группы «Наложение» набора инструментов «Анализ» позволяет вычислить значение длин суммарных водотоков для квадратов размером 1×1 км (п. 11).

13. «Объект в точку» из группы «Пространственные объекты» набора инструментов «Управление данными» для каждого квадрата размером 1×1 км (п. 12) создает точку со значением густоты расчленения рельефа.

14. С помощью инструмента «ОВР» из группы «Интерполяция» набора инструментов Spatial Analyst на основании точек, отражающих значение густоты расчленения рельефа в пределах квадратов 1×1 км (п. 13), строится карта густоты расчленения рельефа.

Результаты и обсуждение

В результате по описанной выше методике была построена карта густоты расчленения рельефа для территории Крымского полуострова (рис. 1).

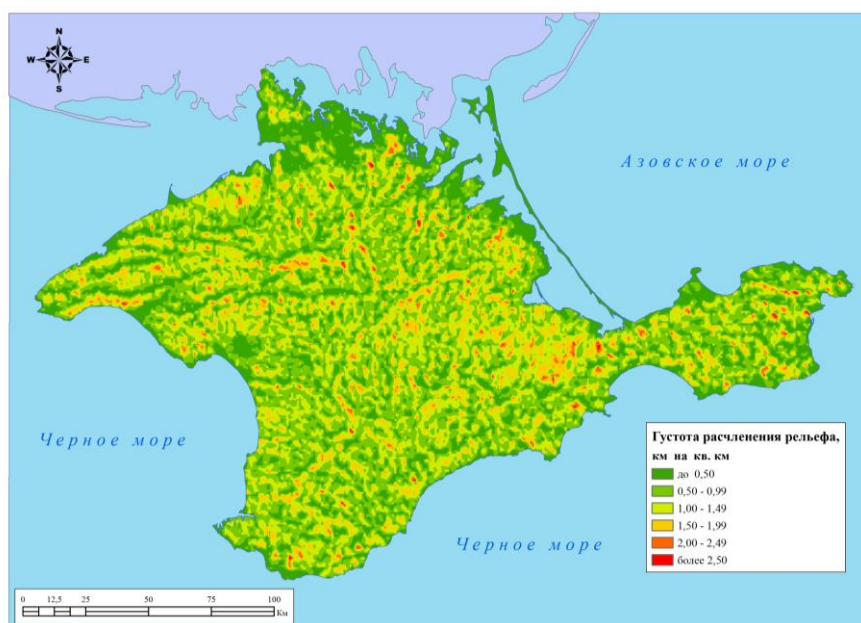


Рис. 1. Густота расчленения рельефа на территории Крымского полуострова (составлено автором) /
Fig. 1. Density of the relief dissection, Crimean peninsula

Показатель густоты расчленения рельефа Крымского полуострова пространственно дифференцирован. Он колеблется в пределах от 0,0 до 4,35 км/км², а среднее значение составляет 0,43 км/км².

Рассмотрим более детально распределение показателя густоты расчленения рельефа по ландшафтным уровням Крымского полуострова. На диапазон значений от 0 до 0,50 км/км² приходится

27,22 % площади Крымского полуострова, от 0,50 до 0,99 км/км² – 33,00 %, от 1,00 до 1,49 – 26,80 %, от 1,50 до 1,99 – 10,24 %, от 2,00 до 2,49 – 2,25 %, более 2,5 км/км² – 0,49 %.

Согласно представлениям Г.Е. Гришанкова [1], ландшафтная структура Крымского полуострова состоит из ландшафтных уровней, поясов, зон и местностей (рис. 2).

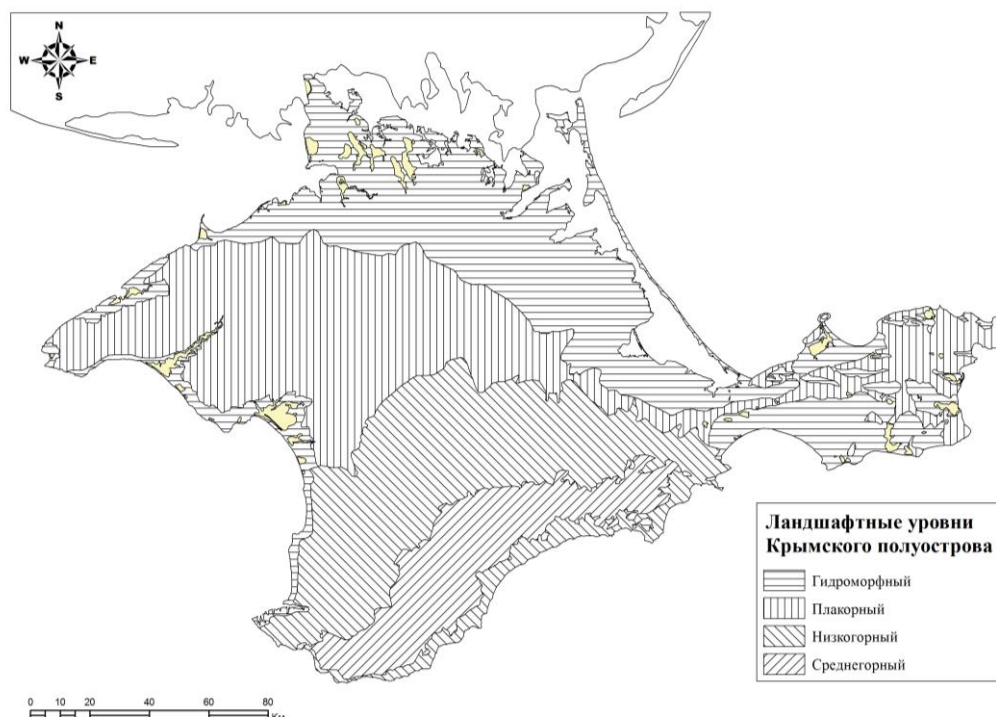


Рис. 2. Ландшафтные уровни Крымского полуострова / Fig. 2. Landscape levels of Crimean peninsula

Показатель густоты расчленения рельефа колеблется в пределах гидроморфного уровня от 0 до 3,62 км/км², плакорного – от 0 до 4,35, низкогорного – от 0 до 3,32, среднегорного – от 3 до 3,82 км/км². Среднее значение показателя густоты расчленения рельефа составляет в пределах гидроморфного уровня – 0,79 км/км², плакорного – 0,93, низкогорного – 0,94, среднегорного – 0,86 км/км².

Распределение значений густоты расчленения рельефа по интервалам имеет примерно одинаковую структуру. Во всех ландшафтных уровнях наибольшие значения от площади ландшафтного уровня приходится на диапазон до 1 км/км² (таблица).

**Густота расчленения рельефа по ландшафтным уровням
Крымского полуострова / Density of the relief dissection on
the territory landscape levels of the Crimean Peninsula**

Густота расчленения, км/км ²	Ландшафтный уровень, % от общей площади уровня			
	Гидроморфный	Плакорный	Низкогорный	Среднегорный
До 0,5	35,04	22,68	20,15	25,65
0,5–0,99	29,85	34,30	35,02	36,44
1–1,49	23,02	28,23	31,48	26,93
1,5–1,99	9,42	11,43	10,81	9,11
2–2,49	2,12	2,75	2,19	1,50
Более 2,5	0,55	0,60	0,35	0,38

В пределах гидроморфного ландшафтного уровня 35,04 % от площади ландшафтного уровня приходится на значения густоты расчленения до 0,5 км/км². В пределах плакорного ландшафтного уровня 34,30 % от площади ландшафтного уровня приходится на значения от 0,5 до 0,99 км/км². В пределах низкогорного ландшафтного уровня 35,02 % от площади ландшафтного уровня приходится на значения от 0,5 до 0,99 км/км². В пределах среднегорного ландшафтного уровня 36,44 % от площади ландшафтного уровня приходится на значения от 0,5 до 0,99 км/км².

Выводы

1. С использованием открытых геоданных – цифровой модели рельефа SRTM – для территории Крымского полуострова построены карты густоты расчленения рельефа.

2. На территории Крымского полуострова показатель густоты расчленения рельефа колеблется от 0,0 до 4,35 км/км². Среднее значение показателя составляет 0,43 км/км².

3. По территории Крымского полуострова показатель густоты расчленения рельефа распределен неравномерно. В пределах гидроморфного ландшафтного уровня показатель густоты расчленения

рельефа достигает 3,62 км/км², плакорного – 4,35, низкогорного – 3,32, среднегорного – 3,82 км/км². Средние значения соответственно: 0,79 км/км² в пределах гидроморфного ландшафтного уровня, 0,93 – в пределах плакорного ландшафтного уровня, 0,94 – в пределах низкогорного ландшафтного уровня и 0,86 км/км² – в пределах среднегорного ландшафтного уровня.

Настоящая работа выполнена при поддержке программы развития ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского» на 2015–2024 гг. в рамках реализации академической мобильности по проекту «Сеть академической мобильности “ГИС-Ландшафт – Технологии и методики формирования геопорталов современных ландшафтов регионов”», а также в рамках поддержанных ФГАОУ ВО «Крымский федеральный университет имени В.И. Вернадского» грантов «Экологические ниши и природопользование ландшафтных уровней Крымского полуострова» и «Ландшафтная организация территории Симферопольского района в целях устойчивого развития».

Литература

1. Современные ландшафты Крыма и сопредельных акваторий / под ред. Е.А. Позаченюк. Симферополь: Бизнес-Информ, 2009. 672 с.
2. Корженевский В.В., Квитницкая А.А. Синтаксономия растительности эолового рельефа Крыма // Сб. науч. тр. Гос. Никитского бот. сада. 2014. № 136. С. 41–55.
3. Корженевский В.В., Квитницкая А.А. Фитоиндикация эолового рельефа Крыма // Современные тенденции развития науки и технологий. 2015. № 1-1. С. 89–96.
4. Гожик П.Ф., Шелкопляс В.Н. Рельеф шельфа горного Крыма и Керченского полуострова // Геол. журн. 2003. № 1. С. 28–33.
5. Харитонова Л.В. Отрицательные формы рельефа дна у берегов западного Крыма // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон моря. 2016. № 2. С. 58–67.
6. Никифоров А.Р. Реликтовые эндемики флоры горного Крыма в составе петрофитона и гляреофитона // Бот. журн. 2016. Т. 101, № 9. С. 1008–1024.
7. Блага Н.Н., Вольхин Д.А., Блага А.Г. Морфологические особенности Бойкинского каньона (юго-западный Крым) // Уч. зап. Таврического нац. ун-та им. В.И. Вернадского. География. 2013. Т. 26 (65), № 2. С. 9–14.
8. Тимохина Е.И., Климчук А.Б., Амеличев Г.Н. Реликтовые карстопроявления центральной части предгорья горного Крыма // Естеств. и техн. науки. 2014. № 6 (74). С. 78–81.

9. Bravard Y. Geomorphological dynamics of mountains during the Quaternary in the northern part of Mediterranean Sea: Caucasus, Crimea, Alps, Pyrenees // *Dynamique de l'evolution des reliefs au cours du Quaternaire Mediterranee*. 1987. Vol. 61 (2-3). P. 37-60.

10. Михайлов В.А. Комплексный морфометрический анализ Тарханкутского полуострова с помощью ГИС // *Современные научные исследования и инновации*. 2015. № 2-4 (46). С. 5-13.

11. Позаченюк Е.А., Петлюкова Е.А. ГИС-анализ морфометрических показателей рельефа центрального предгорья Главной гряды Крымских гор для целей ландшафтного планирования // *Уч. зап. Крымского фед. ун-та им. В.И. Вернадского. География. Геология*. 2016. Т. 2 (68), № 2. С. 96-113.

12. Афанасьев В.В. Геоморфологическое строение и история развития прибрежной равнины северо-западного Сахалина // *Проблемы современной науки и образования*. 2016. № 11 (53). С. 139-148.

13. Ермолаев О.П., Рысин И.И., Голосов В.Н. Картографирование овражной эрозии на востоке Русской равнины // *Геоморфология*. 2017. № 2. С. 38-51.

14. Курлович Д. Морфометрический ГИС-анализ рельефа Беларуси // *Земля Беларуси*. 2013. № 4. С. 42-48.

15. Жидков М.П., Макаренко А.Г., Бронгулеев В.В. Геоморфологические условия городов европейской части России и их выбор по времени (IX-XX века) // *Изв. РАН. Сер. географ.* 2005. № 5. С. 71-80.

16. Медведева Р.А., Голосов В.Н., Ермолаев О.П. Пространственно-временная оценка овражной эрозии в зоне интенсивного земледелия европейской части России // *География и природные ресурсы*. 2018. № 3. С. 29-37.

17. Нечетова Ю.В., Нарожняя А.Г. Изучение овражно-балочной сети Белгородской области с применением ГИС-технологий // *Землеустройство, кадастр и мониторинг земель*. 2010. № 11 (71). С. 96-100.

18. Братков В.В., Атаев З.В., Алсабекова А.А., Сулумов С.Х. Эрозионное расчленение рельефа северо-восточного Кавказа как фактор рекреационного освоения территории // *Изв. Дагестанского гос. пед. ун-та. Естеств. и точн. науки*. 2011. № 4 (17). С. 99-103.

19. Залиханов М.Ч. Оценка рельефа Большого Кавказа как условия лавинообразования // *Тр. Высокогорного геофиз. ин-та*. 1975. № 30. С. 74-89.

20. Еременко Е.А., Панин А.В. Происхождение ложбинной сети в центральных и южных районах Восточно-Европейской равнины // *Вестн. Московского ун-та. География*. 2011. № 3. С. 59-66.

21. Иванов М.А., Ермолаев О.П. Геоморфометрический анализ бассейновых геосистем Приволжского федерального округа по данным SRTM и ASTER GDEM // *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*. 2017. Т. 14, № 2. С. 98-109.

22. Севостьянова Л.И., Гончаров Е.А., Ануфриев М.А. Анализ овражно-балочной сети на территории Республики Марий Эл // *Научные ведомости Белгородского гос. ун-та. Естеств. науки*. 2018. Т. 42, № 2. С. 152-161.

23. Зайцева М.Ю. Исследование овражной эрозии в Удмуртии посредством дешифрирования спутниковых снимков высокого разрешения // *Вестн. Удмуртского ун-та. Биология. Науки о Земле*. 2018. Т. 28, № 3. С. 279-287.

References

1. *Sovremennye landschafty Kryma i sopredel'nykh akvatorii* [Modern landscapes of Crimea and adjacent waters]. Ed. E.A. Pozachenyuk. Simferopol: Biznes-Inform, 2009, 672 p.

2. Korzhenevskii V.V., Kvitnitskaya A.A. Sintaksonomiya rastitel'nosti eolovogo rel'efa Kryma [Syntaxonomy of vegetation of Aeolian relief of Crimea]. *Sb. nauch. tr. Gos. Nikitskogo bot. sada*. 2014, No. 136, pp. 41-55.

3. Korzhenevskii V.V., Kvitnitskaya A.A. Fitoindikatsiya eolovogo rel'efa Kryma [Phytoindication of Aeolian relief of the Crimea]. *Sovremennye tendentsii razvitiya nauki i tekhnologii*. 2015, No. 1-1, pp. 89-96.

4. Gozhik P.F., Shelkoplyas V.N. Rel'ef shel'fa gornogo Kryma i Kerchenskogo poluoostrova [Relief of the shelf of the mountain Crimea and the Kerch Peninsula]. *Geol. zhurn*. 2003, No. 1, pp. 28-33.

5. Kharitonova L.V. Otritsatel'nye formy rel'efa dna u beregov zapadnogo Kryma [Negative forms of bottom relief off the coast of Western Crimea]. *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoi i shel'fovoi zon morya*. 2016, No. 2, pp. 58-67.

6. Nikiforov A.R. Reliktovye endemiki flory gornogo Kryma v sostave petrofitona i glyareofitona [Relic endemic flora of mountain Crimea in the composition of petrofina and paleofauna]. *Bot. zhurn*. 2016, vol. 101, No. 9, pp. 1008-1024.

7. Blaga N.N., Vol'khin D.A., Blaga A.G. Morfoloicheskie osobennosti Boikinskogo kan'ona (yugo-zapadnyi Krym) [Morphological features of the Boyka canyon (South-Western Crimea)]. *Uch. zap. Tavricheskogo nats. un-ta im. V.I. Vernadskogo. Geografiya*. 2013, vol. 26 (65), No. 2, pp. 9-14.

8. Timokhina E.I., Klimchuk A.B., Amelichev G.N. Reliktovye karstoproyavleniya tsentral'noi chasti predgor'ya gornogo Kryma [Relict karst manifestations of the Central part of the foothills of the mountain Crimea]. *Estestv. i tekhn. nauki*. 2014, No. 6 (74), pp. 78-81.

9. Bravard Y. Geomorphological dynamics of mountains during the Quaternary in the northern part of Mediterranean Sea: Caucasus, Crimea, Alps, Pyrenees. *Dynamique de l'evolution des reliefs au cours du Quaternaire Mediterranee*. 1987, vol. 61 (2-3), pp. 37-60.

10. Mikhailov V.A. Kompleksnyi morfometricheskii analiz Tarkhankutskogo poluostrova s pomoshch'yu GIS [Complex morphometric analysis of the Tarkhankut Peninsula using GIS]. *Sovremennye nauchnye issledovaniya i innovatsii*. 2015, No. 2-4 (46), pp. 5-13.
11. Pozachenyuk E.A., Petlyukova E.A. GIS-analiz morfometricheskikh pokazatelei rel'efa tsentral'nogo predgor'ya Glavnoi gryady Krymskikh gor dlya tselei landshaftnogo planirovaniya [GIS analysis of morphometric indicators of the relief of the Central foothills of the Main ridge of the Crimean mountains for the purposes of landscape planning]. *Uch. zap. Krymskogo fed. un-ta im. V.I. Vernadskogo. Geografiya. Geologiya*. 2016, vol. 2 (68), No. 2, pp. 96-113.
12. Afanas'ev V.V. Geomorfologicheskoe stroenie i istoriya razvitiya pribrezhnoi ravniny severo-zapadnogo Sakhalina [Geomorphological structure and history of the coastal plain of North-Western Sakhalin]. *Problemy sovremennoi nauki i obrazovaniya*. 2016, No. 11 (53), pp. 139-148.
13. Ermolaev O.P., Rysin I.I., Golosov V.N. Kartografirovaniye ovrazhnoi erozii na vostoche Russkoi ravniny [Mapping of gully erosion in the East of The Russian plain]. *Geomorfologiya*. 2017, No. 2, pp. 38-51.
14. Kurlovich D. Morfometricheskii GIS-analiz rel'efa Belarusi [Morphometric GIS analysis of relief of Belarus]. *Zemlya Belarusi*. 2013, No. 4, pp. 42-48.
15. Zhidkov M.P., Makarenko A.G., Bronguleev V.B. Geomorfologicheskie usloviya gorodov evropeiskoi chasti Rossii i ikh vybor po vremeni (IX–XX veka) [Geomorphological conditions of the cities of the European part of Russia and their choice by time (9-20th centuries)]. *Izv. RAN. Ser. geograf.* 2005, No. 5, pp. 71-80.
16. Medvedeva R.A., Golosov V.N., Ermolaev O.P. Prostranstvenno-vremennaya otsenka ovrazhnoi erozii v zone intensivnogo zemledeliya evropeiskoi chasti Rossii [Spatial and temporal assessment of gully erosion in the zone of intensive agriculture of the European part of Russia]. *Geografiya i prirodnye resursy*. 2018, No. 3, pp. 29-37.
17. Nechetova Yu.V., Narozhnyaya A.G. Izuchenie ovrazhno-balochnoi seti Belgorodskoi oblasti s primeneniem GIS-tekhnologii [Study of the gully network of the Belgorod region with the use of GIS technologies]. *Zemleustroistvo, kadastr i monitoring zemel'*. 2010, No. 11 (71), pp. 96-100.
18. Bratkov V.V., Ataev Z.V., Alsabekova A.A., Sulumov S.Kh. Erozionnoe raschlenenie rel'efa severo-vostochnogo Kavkaza kak faktor rekreatsionnogo osvoeniya territorii [Erosion dismemberment of the relief of the North-East Caucasus as a factor of recreational development of the territory]. *Izv. Dagestanskogo gos. ped. un-ta. Estestv. i tochn. nauki*. 2011, No. 4 (17), pp. 99-103.
19. Zalikhanov M.Ch. Otsenka rel'efa Bol'shogo Kavkaza kak usloviya lavinoobrazovaniya [Assessment of the relief of the Greater Caucasus as the conditions of avalanche]. *Tr. Vysokogornogo geofiz. in-ta*. 1975, No. 30, pp. 74-89.
20. Eremenko E.A., Panin A.V. Proiskhozhdenie lozhbinnoi seti v tsentral'nykh i yuzhnykh raionakh Vostochno-Evropeiskoi ravniny [The origin of the hollow network in the Central and southern regions of the East European plain]. *Vestn. Moskovskogo un-ta. Geografiya*. 2011, No. 3, pp. 59-66.
21. Ivanov M.A., Ermolaev O.P. Geomorfometricheskii analiz basseinovnykh geosistem Privolzhskogo federal'nogo okruga po dannym SRTM i ASTER GDEM [Geomorphometric analysis of basin geosystems of the Volga Federal district according to SRTM and ASTER GDEM]. *Sovremennye problemy distantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa*. 2017, vol. 14, No. 2, pp. 98-109.
22. Sevost'yanova L.I., Goncharov E.A., Anufriev M.A. Analiz ovrazhno-balochnoi seti na territorii Respubliki Marii El [Analysis of gully-beam network in the Republic of Mari El]. *Nauchnye vedomosti Belgorodskogo gos. un-ta. Estestv. nauki*. 2018, vol. 42, No. 2, pp. 152-161.
23. Zaitseva M.Yu. Issledovanie ovrazhnoi erozii v Udmurtii posredstvom deshifirovaniya sputnikovyykh snimkov vysokogo razresheniya [Study of gully erosion in Udmurtia by decoding high-resolution satellite images]. *Vestn. Udmurtskogo un-ta. Biologiya. Nauki o Zemle*. 2018, vol. 28, No. 3, pp. 279-287.

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

BIOLOGICAL SCIENCES

УДК 581.734.6 (470.21)

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-101-105

ИНТРОДУКЦИЯ КАВКАЗСКИХ ВИДОВ РОДА *SORBUS* L. НА КОЛЬСКОМ ПОЛУОСТРОВЕ

© 2019 г. О.А. Гончарова¹

¹Полярно-альпийский ботанический сад-институт им. Н.А. Аврорина Кольского научного центра РАН, Апатиты, Россия

INTRODUCTION OF CAUCASIAN SPECIES OF GENUS *SORBUS* L. IN THE KOLA PENINSULA

O.A. Goncharova¹

¹Avrorin Polar-Alpine Botanical Garden-Institute, Kola Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Apatity, Russia

Гончарова Оксана Александровна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория интродукции и акклиматизации растений, Полярно-альпийский ботанический сад-институт им. Н.А. Аврорина, Кольского научного центра РАН, ул. Ферсмана, 18а, г. Апатиты, 184209, Россия, e-mail: goncharovaoa@mail.ru

Oksana A. Goncharova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Introduction and Acclimatization of Plants, Avrorin Polar-Alpine Botanical Garden-Institute, Kola Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Fersmana St., 18A, Apatity, 184209, Russia, e-mail: goncharovaoa@mail.ru

Рассматривается фенологическое развитие интродуцированных кавказских рябин на Кольском полуострове. При исследовании использовались фенологические данные 1997–2017 гг.

Вступление в фазу начала вегетации происходит в течение 4 сут во второй половине мая. Вегетация у аборигенного вида рябины начинается на 5–10 сут раньше, чем у интродуцированных кавказских видов.

Окончание вегетации растянуто на более длительный срок (до 10 сут). Появление осенней окраски листьев отмечается с начала по середину сентября. Продолжительность линейного роста побегов интродуцированных видов рода *Sorbus* составляет от 32 до 40 сут.

У интродуцированных растений цветение и плодоношение наблюдаются нерегулярно. Продолжительность цветения составляет 5–7 сут. Обилие цветения и плодоношения оценивается в баллах: у интродуцированных растений – 1–2, у аборигенного вида – 3–4.

Интродуцированные образцы *Sorbus* характеризуются неполным одревеснением побегов, зимостойкостью 3–4 балла, низкой побегообразовательной способностью, кавказские виды – своевременным началом и завершением вегетации, непродолжительным ростом побегов, средней продолжительностью префлорального периода. Цветение и плодоношение нерегулярные. Растения не сохраняют жизненную форму при интродукции на Крайнем Севере. *S. albovii*, *S. buschiana*, *S. fedorovii*, *S. subfusca* являются малоперспективными видами для выращивания на Кольском полуострове, представляют интерес только для научных коллекций.

Ключевые слова: древесные растения, интродукция, фенологическое развитие, *Sorbus* L. – рябина, Кольский полуостров.

The phenological development of the introduced Caucasian mountain ash on the Kola Peninsula is studied. In the study used phenological data 1997-2017. Entering into the beginning of the growing season occurs within 4 days in the second half of May. Vegetation in native species of mountain ash begins 5-10 days earlier than in introduced Caucasian species. The end of vegetation is dragged out for longer term (to 10 days). Emergence of autumn coloring of leaves is noted since the beginning on the middle of September. Duration of linear growth of escapes of the introduced types of the sort *Sorbus* is from 32 to 40

days. At the introduced plants blossom and fructification are observed irregularly. Duration of blossom is 5-7 days. The abundance of blossoming and fructification is estimated at the introduced plants 1-2 points, at a native look - 3-4 points. The introduced *Sorbus* samples are characterized by incomplete lignification of the shoots, winter hardiness of 3-4 points, low ability to form shoots. The Caucasian species of *Sorbus* are characterized by a timely start and end of the growing season, a short growth of shoots, an average duration of the pre-flora period. Flowering and fruiting irregular. Plants do not retain their life form when introduced in the Far North. *S. albobii*, *S. buschiana*, *S. fedorovii*, *S. subfusca* are unpromising species for growing on the Kola Peninsula, are of interest to scientific collections.

Keywords: woody plants, introduction, phenological development, *Sorbus* L. - mountain ash, Kola Peninsula.

В коллекционных фондах Полярно-альпийского ботанического сада-института (ПАБСИ) содержится большое количество древесных растений, коллекция которых представлена на основной территории в г. Кировске и экспериментальном участке в г. Апатиты. К представителям сем. Rosaceae Juss. относится около 30 % растений из коллекционного фонда древесных растений [1]. На 01.10.2017 в ПАБСИ выращиваются представители 15 родов, 110 видов, 12 внутривидовых таксонов, 6 гибридов сем. Rosaceae. Всего 274 образца. Наиболее полно представлены коллекции родов *Sorbus*, *Spiraea*, *Crataegus*, *Rosa*.

Целью настоящей работы является анализ фенологического развития интродуцированных растений рода *Sorbus* L.

ПАБСИ РАН расположен на 67°38' северной широты и 33°31' восточной долготы, 120 км севернее полярного круга. Основная территория ПАБСИ находится в Хибинских горах, экспериментальный участок расположен на предгорной равнине в 3 км на запад от г. Апатиты. Для экспериментального участка в г. Апатиты характерен относительно мягкий климат с довольно высокими зимними температурами воздуха, обусловленными близостью теплого течения Гольфстрим. Средняя месячная температура наиболее холодных зимних месяцев (январь, февраль) не опускается ниже -13 °C, в летний период (июль) она колеблется от +10 до +14 °C. Первые заморозки в воз-

духе возможны уже в августе, последние – в конце мая и в июне. Продолжительность безморозного периода составляет 50–70 дней. Наибольшее количество осадков выпадает в летние и осенние месяцы, наименьшее – в весенние. За год в лесной зоне Кольского полуострова выпадает в среднем 500÷600 мм осадков. Число дней с устойчивым снежным покровом – от 180 до 200, высота снежного покрова – 60÷80 см. Переход среднесуточных температур через +5 °C фиксируется 31 мая. Продолжительность вегетационного периода составляет 90–120 дней [2].

Балл зимостойкости определяется по 7-балльной шкале. Фенологические наблюдения за исследуемыми растениями проводили 2–3 раза в неделю в течение вегетационного сезона [3, 4]. Эмпирические фенологические даты переведены в непрерывный числовой ряд [5]. Обилие цветения/плодоношения оценивали по шкале В.Г. Капера [6].

Для оценки фенологического развития интродуцентов использовали классификации растений по срокам начала вегетации и ее продолжительности, по длительности линейного роста побегов, продолжительности префлорального периода (ПФП) [7]. При проведении исследования пользовались данными фенологических наблюдений с 1997 по 2017 г.

В табл. 1 приведена информация об изучаемых растениях *Sorbus*.

Таблица 1

Характеристика исследуемых объектов / The characteristic of the studied objects

№ образца	Вид	Происхождение исходного материала
A334-80	<i>Sorbus albobii</i> Zinserl.	сд г. Сулахат, Тебердинский заповедник
A335-80	<i>S. buschiana</i> Zinserl.	сд г. Ачишхо, Краснодарский край
A336-80	<i>S. buschiana</i> Zinserl.	сд г. Ачишхо, Краснодарский край
A337-80	<i>S. fedorovii</i> Zaikonn.	сд г. Ачишхо, Краснодарский край
A341-80	<i>S. subfusca</i> (Ledeb.) Boiss.	сд г. Сулахат, Тебердинский заповедник
A343-80	<i>S. subfusca</i> (Ledeb.) Boiss.	сд г. Абаго, Кавказский заповедник
A1997	<i>S. gorodkovii</i>	жрд Апатиты, Мурманская обл.

Примечание. Сд – семена природного происхождения; жрд – живые растения из природы.

S. albovii – *рябина Альбова*. Дерево с яйцевидной кроной. Сходна по морфологии с *S. subfusca*. Отличие заключается в опушении листовой пластинки снизу. Распространена на Кавказе у верхней границы лесного пояса, в буковых и березовых лесах, в субальпийском поясе на высоте 1800–2000 м [8]. В коллекционном фонде один образец. Растение вступило в генеративный этап онтогенеза в возрасте 7 лет. Цветение и плодоношение наблюдаются нерегулярно. До 30-летнего возраста обилие цветения/плодоношения оценивалось как среднее (3 балла), впоследствии отмечались единичные цветки и плоды. Цветение наблюдается в конце июня – начале июля, созревание плодов – в конце сентября. Балл зимостойкости 3–4.

S. buschiana – *рябина Буша*. Дерево. На вегетативных побегах листья серовато-зеленые снизу с узким клиновидным основанием. Распространена на Кавказе, растет на каменистых россыпях на высоте 1850–2200 м. Кавказский эндемик. Ареал на Кавказе представлен двумя локалитетами, в обоих вид редок. Растет единичными экземплярами. Подлежит охране на территории Краснодарского края [8, 9]. В коллекции находятся 2 образца. Достоверные данные о вступлении в генеративный этап онтогенеза отсутствуют. С 2010 г. растения ежегодно цветут и плодоносят, обилие цветения/плодоношения оценивается как очень слабое или единичное. Балл зимостойкости от 3 до 5.

S. fedorovii – *рябина Федорова*. Листопадный кустарник или дерево высотой до 2 м. Листья простые, цельные, зубчато-лопастные, серо-желтые, бархатистые, но не войлочные. Цветки собраны в сложный щиток, лепестки белые, продолговато-яйцевидные. Плоды яблокообразные. Распространена в Южной Осетии, Краснодарском крае, Адыгее, Дагестане. Вид подлежит охране в Адыгее, Краснодарском крае [9–11]. В ПАБСИ находится один образец. Растение цветет и плодоносит с 9 лет нерегулярно. Цветение наблюдается в конце июня – начале июля. Обилие цветения/плодоношения оценивается как слабое и очень слабое. Созревание плодов отмечается в единичные годы. Балл зимостойкости 3–4.

S. subfusca – *рябина буроватая*. Дерево с яйцевидной кроной, ветви голые или слегка волосистые. Листья цельные – от обратнояйцевидных до широкоэллиптических. Сверху голые, с нижней стороны опушение по главной жилке. Плоды шаровидные, красные, впоследствии синеющие. Распространена в Предкавказье, Закавказье. Растет на горных склонах у верхней границы леса. Подлежит охране в Адыгее, Карачаево-Черкесии, Дагестане [8, 10, 11]. В ПАБСИ находятся 2 образца. Цветение отмечается с 22 и 34 лет. Обилие цветения/плодоношения оценивается как очень слабое. Плоды созревают в середине сентября (нерегулярно). Балл зимостойкости от 3 до 5.

В табл. 2 отражены среднегодовые (1997–2017 гг.) показатели фенологического развития.

Таблица 2

Среднегодовые показатели фенологического развития исследуемых растений /
Average annual indicators of phenological development of the studied plants

Образец	Даты наступления фенологических фаз										Фенологические показатели, сут		
	Пч2	Пб1	Пб2	О2	Л1	Л3	Л4	Л5	Ц4	Ц5	ПВ	РП	ПФП
A334-80 <i>S. albovii</i>	24.V±2.1	9.VI±1.4	14.VII±3.8	12.VIII±3.3	3.VI±1.4	27.VI±3.6	7.IX±2.1	24.IX±1.6	26.VI±2.5	1.VII±2.6	105±3.6	36±3.8	33±2.3
A335-80 <i>S. buschiana</i>	21.V±2.3	10.VI±2.1	11.VII±2.7	13.VIII±4.5	2.VI±1.9	28.VI±3.4	16.IX±3.3	28.IX±1.8	30.VI±2.5	5.VII±2.4	118±3.7	33±2.9	36±2.5
A336-80 <i>S. buschiana</i>	24.V±2.2	9.VI±1.4	19.VII±3.6	14.VIII±3.5	4.VI±1.7	30.VI±3.7	12.IX±2.3	30.IX±1.8	29.VI±1.9	6.VII±1.9	111±3.5	40±3.6	37±3.5
A337-80 <i>S. fedorovii</i>	21.V±1.9	10.VI±1.8	11.VII±3.1	15.VIII±3.3	1.VI±1.7	27.VI±3.7	8.IX±2.3	24.IX±2.1	28.VI±3.2	5.VII±3.3	110±3.2	32±2.9	34±4.2
A341-80 <i>S. subfusca</i>	25.V±2.4	11.VI±1.7	15.VII±3.4	17.VIII±2.7	2.VI±2.4	29.VI±3.1	8.IX±2.1	26.IX±2.2	30.VI±2.8	5.VII±2.9	107±3.3	34±3.4	36±2.6
A343-80 <i>S. subfusca</i>	23.V±2.1	10.VI±1.4	16.VII±4	16.VIII±2.9	3.VI±1.7	28.VI±3.1	5.IX±2.1	23.IX±1.7	26.VI±3.2	3.VII±3.2	106±3.3	35±3.6	38±2.4
A1997 <i>S. gorodkovii</i>	15.V±4.1	28.V±2.7	3.VII±2.6	25.VII±3.3	23.V±1.8	20.VII±3.2	10.IX±2.1	28.IX±2.5	26.VI±2.7	5.VII±2.6	140±9.6	38±3.5	44±5.6

Примечание. Пб1 – начало роста годичных побегов; Пб2 – окончание роста годичных побегов; О2 – полное одревеснение годичных побегов; Л1 – начало обособления листьев; Л3 – листья достигли взрослых размеров; Л5 – листопад; Ц4 – начало цветения; Ц5 – окончание цветения.

Начало фенотипической распускания вегетативных почек (Пч2) принимается за начало вегетации. Вступление в фазу Пч2 происходит в течение 4 сут во второй половине мая. Вегетация у аборигенного вида рябины начинается на 5–10 сут раньше, чем у интродуцированных кавказских видов. Анализ статистических показателей фенологического развития показал, что ошибки среднемноголетних сроков наступления Пч2 невысокие и составляют в большинстве случаев до 2 сут у интродуцированных растений, до 4 – у местного вида. Все образцы относятся к группе растений с ранним началом вегетации.

Окончание вегетации растянуто на более длительный срок (до 10 сут). Фенофаза начала цветения (Л4) отмечается с начала по середину сентября. У большинства интродуцированных образцов осенняя окраска листвы отмечается 6–11 сентября, позднее остальных растений фаза Л4 наступает у образца А336-80 *S. buschiana*. В связи со сроками Пч2 и Л4 существуют различия и в продолжительности вегетации от 105 до 118 сут. *S. gorodkovii* характеризуется более длительным периодом вегетации, он составляет 140 сут. Выявленное различие в продолжительности вегетации связано с более ранним началом и более поздним завершением периода вегетации (ПВ) по сравнению с растениями-интродуцентами.

По продолжительности вегетации интродуцированные образцы выделяются в группу с коротким

ПВ, аборигенный вид отличается ПВ средней продолжительности.

Линейный рост побегов начинается в близкие сроки у кавказских видов, завершается в течение 8 сут. Продолжительность линейного роста побегов интродуцированных видов рода *Sorbus* составляет от 32 до 40 сут, что позволяет определить изучаемые образцы рябины в группу растений с короткой продолжительностью роста побегов. Линейный рост побегов у *S. gorodkovii* составляет 38 сут и начинается в середине (конце) мая, завершается в конце июня – середине июля. Все образцы характеризуются коротким периодом роста годичных побегов.

У анализируемых растений цветение и плодоношение наблюдаются нерегулярно. Продолжительность цветения интродуцированных видов составляет 5–7 сут. Цветение *S. gorodkovii* начинается на 2–4 дня раньше, за счет этого ПФП длится на 5–10 дней дольше. По продолжительности ПФП растения возможно определить в группу со средним значением ПФП. Обилие цветения и плодоношения у интродуцированных растений 1–2 балла, у аборигенного вида – 3–4.

Проведем оценку жизнеспособности и перспективности интродуцированных образцов рода *Sorbus* в ПАБСИ по шкале П.И. Лапина, С.В. Сидневой [12]. Результаты оценки перспективности интродукции образцов рода *Sorbus* представлены в табл. 3.

Таблица 3

**Оценка жизнеспособности и перспективности интродукции видов рода *Sorbus* /
Assessment of viability and prospects of an introduction of types of the genus *Sorbus***

Образец	Одр. пб.	Зимостойкость	Габитус	Пб. спос.	Прирост в высоту	Генер.	Размн.	Сумма баллов	ГП
A334-80 <i>S. albovii</i>	10	12,5	1	3	5	20	1	52,5	IV
A335-80 <i>S. buschiana</i>	10	12,5	1	3	5	20	1	52,5	IV
A336-80 <i>S. buschiana</i>	10	12,5	1	3	5	20	1	52,5	IV
A337-80 <i>S. fedorovii</i>	10	12,5	1	3	5	20	1	52,5	IV
A341-80 <i>S. subfusca</i>	10	12,5	1	1	5	20	1	50,5	IV
A343-80 <i>S. subfusca</i>	10	12,5	1	1	5	20	1	50,5	IV
A1997 <i>S. gorodkovii</i>	20	25	10	5	5	25	10	100	I

Принятые сокращения: Одр. Пб. – одревеснение побегов, % длины; Пб. спос. – побегообразовательная способность; генер. – способность к генеративному развитию; размн. – способы размножения в культуре; ГП – группа перспективности.

К группе перспективности I отнесли местный вид *S. gorodkovii*. Интродуцированные кавказские образцы рода *Sorbus* находятся в группе мало-перспективных. Интродуцированные образцы рода *Sorbus* характеризуются неполным одревеснением побегов, зимостойкостью 3–4 балла, нетипичной жизненной формой, низкой побегообразовательной способностью. Для семенного размножения таких

видов необходимо привлечение семян из других регионов.

Заключение

Кавказские виды *Sorbus* характеризуются своевременным началом и завершением вегетации, не-продолжительным ростом побегов, средней про-

должительностью ПФП. Цветение и плодоношение нерегулярные. Растения не сохраняют жизненную форму при интродукции на Крайнем Севере. *S. albovii*, *S. buschiana*, *S. fedorovii*, *S. subfusca* являются малоперспективными видами для выращивания на Кольском полуострове, представляют интерес для научных коллекций.

Литература

1. Гончарова О.А. Состав коллекции интродуцированных древесных растений семейства *Rosaceae* Juss. в Полярно-альпийском ботаническом саду-институте // Биологическое разнообразие. Интродукция растений : материалы 6-й Междунар. науч. конф. 20–25 июня 2016 г., Санкт-Петербург. СПб.: СИНЭЛ, 2016. С. 107–109.
2. Семко А.П. Гидротермический режим почв лесной зоны Кольского полуострова. Апатиты: КФ АН СССР, 1982. 142 с.
3. Булыгин Н.Е. Фенологические наблюдения над листовыми древесными растениями: пособие по проведению учеб.-науч. исследований. Л.: Изд-во ЛТА, 1976. 70 с.
4. Методика фенологических наблюдений в ботанических садах СССР / Александрова М.С., Булыгин Н.Е., Ворошилов В.Н. [и др.]. М., 1975. 28 с.
5. Зайцев Г.Н. Математика в экспериментальной ботанике. М.: Наука, 1990. 296 с.
6. Капер В.Г. Об организации ежегодных систематических наблюдений над плодоношением древесных пород // Тр. Гос. НИИЛХА. Л., 1930. Вып. VIII.
7. Александрова Н.М., Головкин Б.Н. Переселение деревьев и кустарников на Крайний Север. Л.: Наука, 1978. 116 с.
8. Коновалов И.Н. Рябина – *Sorbus* L. // Деревья и кустарники СССР. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1954. Т. 3. С. 458–483.
9. Красная книга Краснодарского края. Растения и грибы. Изд. 2-е / отв. ред. С.А. Литвинская. Краснодар, 2007. 640 с.
10. Красная книга Республики Адыгея. Редкие и находящиеся под угрозой исчезновения объекты животного и растительного мира : в 2 ч. Изд. 2-е / Управление по охране окружающей среды, природным ресурсам и чрезвычайным ситуациям РА; отв. ред. А.С. Замотайлов. Майкоп : Качество, 2012.
11. Красная книга Республики Дагестан. Махачкала, 2009. 552 с.
12. Латин П.И., Сиднева С.В. Оценка перспективности интродукции древесных растений по данным визуальных наблюдений // Опыт интродукции древесных растений. М.: Наука, 1973. С. 7–67.

References

1. Goncharova O.A. [Composition of the collection of family *Rosaceae* Juss. on the Polar-Alpine Botanical Garden Institute]. *Biologicheskoe raznoobrazie. Introduksiya rastenii* [Biological diversity. Plant introduction]. Proceedings of the 6th International Scientific Conference, June 20–25, 2016. Saint Petersburg: SINEL, 2016, pp. 107–109.
2. Semko A.P. *Gidrotermicheskii rezhim pochv lesnoi zony Kol'skogo poluostrova* [Hydrothermal soil regime of the forest zone of the Kola Peninsula]. Apatity: Kf AN SSSR, 1982. 142 p.
3. Bulygin N.E. *Fenologicheskie nablyudeniya nad listvennymi drevesnymi rasteniyami* [Phenological observations of deciduous woody plants]. Manual for educational and scientific research. Leningrad: Izd-vo LTA, 1976, 70 p.
4. *Metodika fenologicheskikh nablyudenii v botanicheskikh sadakh SSSR* [The method of phenological observations in the botanical gardens of the USSR]. Aleksandrova M.S., Bulygin N.E., Voroshilov V.N. et al. Moscow, 1975, 28 p.
5. Zaitsev G.N. *Matematika v eksperimental'noi botanike* [Mathematics in experimental botany]. Moscow: Nauka, 1990, 296 p.
6. Kaper V.G. *Ob organizatsii ezhegodnykh sistemicheskikh nablyudenii nad plodonosheniem drevesnykh porod* [About the organization of annual systematic observations over fruiting of tree breeds]. *Trudy Gos. NIILKha*. Leningrad, 1930, iss. VIII.
7. Aleksandrova N.M., Golovkin B.N. *Pereselenie derev'ev i kustarnikov na Krainii Sever* [Resettlement of trees and shrubs to the Extreme North]. Leningrad: Nauka, 1978, 116 p.
8. Konovalov I.N. [Mountain ash - *Sorbus* L.]. *Derev'ya i kustarniki SSSR* [Trees and shrubs of the USSR]. Moscow; Leningrad: Izd-vo AN SSSR, 1954, vol. 3, pp. 458–483.
9. *Krasnaya kniga Krasnodarskogo kraia. Rasteniya i griby* [The Red Book of Krasnodar territory. Plants and mushrooms]. Ed. S. A. Litvinskaya. Krasnodar, 2007, 640 p.
10. *Krasnaya kniga Respubliki Adygeya. Redkie i nakhodyashchiesya pod ugrozoi ischeznoveniya ob'ekty zhivotnogo i rastitel'nogo mira* [Red Book of Republic of Adygeya. Rare and threatened representatives of the regional fauna and flora]: in 2 ch. 2nd ed. RA Department of environmental protection, natural resources and emergency situations; ed. A.S. Zamotailov. Maikop: Kachestvo, 2012.
11. *Krasnaya kniga Respubliki Dagestan* [The Red Book of the Republic of Dagestan]. Makhachkala, 2009, 552 p.
12. Lapin P.I., Sidneva S.V. [Evaluation of the prospects of introduction of woody plants according to visual observations]. *Opyt introduktsii drevesnykh rastenii* [Experience of introduction of woody plants]. Moscow: Nauka, 1973, pp. 7–67.

УДК 616.5-006.81:611.835.8:616.833-001.5:616-092.9

DOI 10.23683/0321-3005-2019-1-106-111

ВЛИЯНИЕ ХРОНИЧЕСКОЙ НЕЙРОПАТИЧЕСКОЙ БОЛИ НА ТЕЧЕНИЕ ЗЛОКАЧЕСТВЕННОГО ПРОЦЕССА МЕЛАНОМЫ B16/F10 У САМЦОВ МЫШЕЙ

© 2019 г. О.И. Кит¹, И.М. Котиева¹, Е.М. Франциянц¹, И.В. Каплиева¹, Л.К. Трепитаки¹,
В.А. Бандовкина¹, И.В. Нескубина¹, Е.И. Сурикова¹, Н.Д. Черярина¹, Ю.А. Позорелова¹, Л.А. Немашкалова¹
¹Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, Ростов-на-Дону, Россия

INFLUENCE OF CHRONIC NEUROPATHIC PAIN ON THE COURSE OF MALIGNANT B16/F10 MELANOMA IN MALE MICE

O.I. Kit¹, I.M. Kotieva¹, E.M. Frantsiyants¹, I.V. Kaplieva¹, L.K. Trepitaki¹, V.A. Bandovkina¹,
I.V. Neskubina¹, E.I. Surikova¹, N.D. Cheryarina¹, J.A. Pogorelova¹, L.A. Nemashkalova¹
¹Rostov Research Institute of Oncology, Rostov-on-Don, Russia

Кит Олег Иванович – доктор медицинских наук, профессор, член-корреспондент РАН, генеральный директор Ростовского научно-исследовательского онкологического института, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Oleg I. Kit - Doctor of Medicine, Professor, Corresponding Member, RAS, General Director, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Котиева Инга Мавлиевна – кандидат медицинских наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Inga M. Kotieva - Candidate of Medicine, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Франциянц Елена Михайловна – доктор биологических наук, профессор, руководитель лаборатории изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Elena M. Frantsiyants - Doctor of Biological Sciences, Professor, Head of Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Каплиева Ирина Викторовна – кандидат медицинских наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Irina V. Kaplieva - Candidate of Medicine, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Трепитаки Лидия Константиновна – научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Lidia K. Trepitaki - Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Бандовкина Валерия Ахтямовна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Valeriya A. Bandovkina - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Нескубина Ирина Валерьевна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Irina V. Neskubina - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Сурикова Екатерина Игоревна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Ekaterina I. Surikova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Черярина Наталия Дмитриевна – врач-лаборант, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Natal'ya D. Cheryarina - Doctor - Laboratory Assistant, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Погорелова Юлия Александровна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Julija A. Pogorelova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Немашкова Людмила Анатольевна – научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Ljudmila A. Nemashkalova - Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Цель работы. Изучение влияния хронической нейропатической боли на развитие меланомы B16/F10 у самцов мышей.

Методы исследования. Работа выполнена на 52 самцах мышей линии C57BL/6. Основной группе животных за 2 недели до подкожной перевивки меланомы создавали модель хронической нейропатической боли путём перевязки седалищных нервов с двух сторон, группе сравнения перевивали меланому без предварительного воспроизведения хронической нейропатической боли. Раз в неделю у мышей измеряли размер опухолей. После естественной гибели животных вскрывали и подсчитывали количество метастазов.

Результаты. Установлено, что развитие меланомы на фоне хронической нейропатической боли у самцов имело общие не зависящие от пола черты: ранний срок выхода опухолей, меньшую продолжительность жизни, одинаковый размер опухолей на 2-й и 3-й неделях канцерогенеза, меньший объём опухолей в момент гибели животных, наличие метастазов и внешних некрозов, а также специфические гендерные отличия: меньший, чем у самок, размер опухолей на 1-й неделе канцерогенеза, однофокусный рост неоплазм, появление бестигментных меланом, позднее развитие внешних некрозов, при отсутствии присущих самкам атипичных зон метастазирования более частое и позднее (со 2-й недели) развитие метастазов только в лёгких.

Вывод. Для трансляционной значимости доклинических исследований целесообразно изучать механизмы влияния хронической нейропатической боли на течение злокачественных процессов параллельно на животных обоего пола.

Ключевые слова: меланома, хроническая нейропатическая боль, мыши самцы.

Aim. Studying the influence of chronic neuropathic pain on the development of B16/F10 melanoma in male mice.

Methods. The study included 52 C57BL/6 male mice. In the main group, a model of chronic neuropathic pain was created by the sciatic nerve ligation on both sides 2 weeks before the subcutaneous transplantation of melanoma; in the comparison group, melanoma was transplanted without prior chronic neuropathic pain development. Tumors were measured once a week. The animals were necropsied after their natural death, and the number of metastases was counted.

Results. The development of melanoma with chronic neuropathic pain in male mice had similar characteristics regardless of the gender: early-onset tumors, poorer survival, similar tumor sizes at weeks 2 and 3 of the carcinogenesis, smaller volumes of tumors at the time of animal death, metastases and external necroses; specific gender differences were: smaller tumors at week 1 of carcinogenesis compared to females, single focus tumors, development of amelanotic melanomas, later

development of external necroses, without atypical metastatic sites common to females more frequent and later (from week 2) development of metastases to the lungs only.

Conclusions. *For the translational significance of preclinical studies, it is expedient to study mechanisms of the influence of chronic neuropathic pain on the course of malignant processes in animals of both genders.*

Keywords: *melanoma, chronic neuropathic pain, male mice.*

Хроническая боль – чрезвычайно распространенное и экономически дорогостоящее состояние [1, 2]. Она часто возникает у больных с онкологической патологией, особенно при прогрессировании заболевания. Нередко хроническая боль сопровождается лечебные противоопухолевые воздействия: хирургические, радиационные, химиотерапевтические. У 30–50 % пациентов боль появляется в момент проведения противоопухолевой терапии, при этом у 33 % онкологических больных она сохраняется и после окончания лечения [3, 4].

При онкопатологии патофизиологические механизмы боли чаще всего представлены ноцицептивным (соматическим и/или висцеральным) и нейропатическим (неврологическим) компонентами [4]. Нейропатическая боль характеризуется спонтанностью возникновения, гипералгезией и аллодинией [5]. Гендерная предвзятость в изучении механизмов боли представляет собой серьезные проблемы для трансляционной значимости доклинических исследований [1, 6–8]. Например, установлено, что самки животных более чувствительны к экспериментально вызванной боли [9, 10]. Литературные данные свидетельствуют о том, что роль спинальной микроглии, которая выступает в качестве ключевого медиатора повреждения периферических нервов [11], при нейропатической боли также зависит от пола [12].

Хроническая боль – это не только тяжелое состояние, приводящее к страданию онкобольных, снижающее их работоспособность, функциональную активность и качество повседневной жизни, но и фактор, который может изменить течение злокачественного процесса. По данным С.М. Дионесова [13], боль снижает сопротивляемость организма и способствует развитию злокачественных опухолей. Однако развёрнутой информации о влиянии хронической нейропатической боли на злокачественный процесс мы не нашли.

В связи с вышесказанным нас заинтересовали влияние хронической нейропатической боли на течение меланомы B16/F10 у мышей и гендерные особенности такого влияния. Проведенное исследование на самках показало, что хроническая нейропатическая боль модифицирует течение опухолевого процесса у них [14].

Цель настоящего исследования – изучение влияния хронической нейропатической боли на течение злокачественного процесса меланомы у самцов мышей.

Материалы и методы

Экспериментальная работа выполнена в зимне-весенний период на самцах мышей 8-недельного возраста линии C57BL/6 (n=52) (масса 22–23 г). Животные приобретены в ФГБУ «Научный центр биомедицинских технологий», филиал ФМБА «Андреевка». Мышиная меланома B16/F10 получена в РОНЦ им. Н.Н. Блохина РАМН. Мыши содержались при естественном освещении со свободным доступом к еде и воде. Все исследования проводились с разрешения биоэтической комиссии при ФГБУ «РНИОИ» МЗ РФ в соответствии с требованиями и условиями, изложенными в Международных рекомендациях по проведению медико-биологических исследований с использованием животных, и приказом Минздрава РФ № 267 от 19.06.03 «Об утверждении правил лабораторной практики».

Мыши путём случайного отбора были распределены на две группы: сравнения, в которую входили животные со стандартной подкожной перевивкой меланомы B16/F10 (25 шт.), и основную, представленную мышами с меланомой B16/F10, растущей на фоне хронической нейропатической боли (27 шт.).

Все манипуляции с самцами, как и ранее с самками, осуществляли в стерильных условиях в боксе [14]. Для премедикации животным внутримышечно за 10 мин до основного наркоза вводили ксилазин (препарат «Ксила» (Interchemie werken De Adelaar B.V., Нидерланды)) в дозе 0,05 мл/кг массы тела, в качестве основного наркоза – золотепам/тилетамин (препарат «Золетил 50» (VIRBAC, Франция)) в дозе 10 мг/100 г массы тела.

Перевязку седалищных нервов и перевивку опухоли проводили по ранее отработанной методике [14]. После наступления медикаментозного сна ассистент фиксировал мышь в положении на животе, удалял шерсть сзади в районе проекции седалищных нервов и смазывал кожу 70%-м спиртом. Экспериментатор в стерильных условиях выделял седалищный нерв, накладывал на него лигатуру, ушивал рану и обрабатывал шов 5%-м спиртовым раствором йода [14]. То же повторялось с другой стороны. Через 2 недели после заживления операционных ран подкожно вводили 0,5 мл взвеси опухолевых клеток мышшиной меланомы B16 в физиологическом растворе в разведении 1:10 [14]. Для этого, соблюдая все условия асептики, описанные выше, ассистент фиксировал мышь спиной кверху, предварительно

удалив шерсть и обработав кожу 5%-м спиртовым раствором йода чуть ниже правой лопатки. Экспериментатор рукой в стерильной перчатке захватывал кожную складку, в центре которой прокалывал кожу и вводил опухолевую взвесь. Затем извлекал иглу, место введения плотно прижимал 1 мин ватным тампоном, смоченным в 70%-м спирте с небольшим добавлением йода, чтобы предупредить вытекание опухолевой взвеси [14].

Мышам из группы сравнения подкожно перевивали меланому B16/F10 (доза и объём те же), но без предварительной перевязки седалищных нервов. При подкожной трансплантации меланомы выходит у всех животных, быстро прогрессирует и метастазирует, преимущественно гематогенным путём, главным образом в лёгкие (60–90 %), реже – в селезенку или печень [15]. Животных вскрывали после их естественной гибели на фоне развития злокачественного процесса.

Статистическую обработку полученных результатов проводили при помощи параметрического критерия Стьюдента на персональном компьютере посредством программы STATISTICA 10.0. Определены средние значения с указанием стандартных отклонений ($M \pm m$). Существенными считали различия при $p < 0,05$.

Результаты

Средняя продолжительность жизни самцов основной группы составила $17,24 \pm 0,84$ дня, максимальная – 22, минимальная – 13. В группе сравнения первая мышь пала на 20-е сут, средняя продолжительность жизни мышей из группы сравнения – $22,15 \pm 1,82$ дня, максимальная – 29.

Опухоли у самцов основной группы выходили на 1-й неделе после перевивки (4-е сут), тогда как в группе сравнения – на 2-й (таблица). Средний объём только появившихся опухолей (1-я неделя) у самцов основной группы был в 21,2 раза меньше ($p = 0,000065$) среднего объёма только появившихся опухолей (2-я неделя) у самцов из группы сравнения, однако при сопоставлении размеров опухолей в обеих группах на 2-й неделе развития злокачественного процесса статистически значимой разницы не определялось. Размеры опухолей в двух группах не отличались и на 3-й неделе эксперимента, при этом у самцов из основной группы до 4-й недели не доживал никто, тогда как в группе сравнения большая часть животных доживала, а их гибель происходила на фоне большего объёма опухолей (в 2,6 раза ($p = 0,0156$)), чем у мышей основной группы.

Влияние хронической боли на рост меланомы B16 у самцов мышей /
Effect of chronic pain on B16 melanoma growth in male mice

Меланома		B16				B16+боль		
Неделя		1-я	2-я	3-я	4-я	1-я	2-я	3-я
Количество мышей		25	25	25	20	27	18	10
Подкожная опухоль	Средний размер ($M \pm m$), см ³	–	$1,27 \pm 0,37$	$5,91^{1,2} \pm 1,48$	$7,94^{2,2} \pm 2,10$	$0,06 \pm 0,01$	$1,36^{1,2} \pm 0,84$	$3,00^{1,2} \pm 0,58$
	Минимальный размер, см ³	–	0,5	1,59	2,2	0,0001	0,05	0,45
	Максимальный размер, см ³	–	3,08	12,3	15,2	0,125	5,7	6,5
	Количество мышей с некрозом опухоли	–	Нет	2	3	Нет	Нет	2
	Количество мышей с беспигментной меланомой	–	–	–	–	2	8	6
	Количество мышей с 2 опухолевыми узлами	–	–	–	–	–	–	–
Наличие метастазов		Нет	Нет	Есть	Есть	Нет	Есть	Есть
Зоны метастазирования		–	–	Лёгкие (21 %)	Лёгкие (50 %)	–	Лёгкие (42 %)	Лёгкие, селезёнка (95 %)
Количество мышей в предтерминальном состоянии		–	–	3	5	6	8	8

Примечание. ^{1, 2} – статистически значимые отличия от 1-й или 2-й недели развития злокачественного процесса внутри каждой группы.

Опухоли у всех самцов имели только однофокусный рост. Поверхностный некроз появлялся у 2 мышей в каждой группе на 3-й неделе развития меланомы. Неоплазмы у самцов основной группы начинали метастазировать на 2-й неделе, у самцов из группы сравнения – на 3-й неделе злокачественного

роста, в обоих случаях – в лёгкие. Однако процент метастазирования был выше в основной группе. Так, на 2-й неделе эксперимента метастазы в лёгких определялись у 42 % животных, на 3-й – у 95, тогда как в группе сравнения на 3-й неделе метастазы регистрировались у 21 % самцов, на 4-й – у 50.

Особой отличительной чертой меланомы, растущей на фоне хронической нейропатической боли, стала потеря пигмента злокачественными клетками у ряда животных. В частности, на 1-й неделе канцерогенеза такой вариант развития неоплазмы регистрировался у 2 мышей из 27, на 2-й – у 8 из 18, на 3-й – у 6 мышей из 10. В группе сравнения меланома у всех животных была насыщенного тёмного цвета.

При сравнении развития злокачественного процесса меланомы B16/F10 на фоне хронической нейропатической боли у самцов и самок [14] выявились как общие признаки, не зависящие от пола, так и гендерные особенности.

У всех животных с патогномичными чертами меланомы, сочетающейся с хроническим болевым синдромом, были более ранний срок выхода первичных опухолевых узлов – на неделю раньше, чем в группах сравнения; меньшая (на неделю) продолжительность жизни мышей; одинаковый средний объём опухолей на 2-й и 3-й неделях канцерогенеза; при этом размер опухолей у мышей из основных групп перед гибелью всех животных (3-я неделя) был меньше, чем в группах сравнения (4-я неделя); на определённом этапе развития меланомы изъязвлялась и давала метастатические отсевы.

Гендерные отличия меланомы, растущей на фоне хронического болевого синдрома, у самцов:

1. В 11,5 раза ($p=0,0002$) меньший размер только что вышедших опухолей (1-я неделя) и, следовательно, в 10 раз большая скорость их роста с 1-й по 2-ю неделю эксперимента (22,3 раза у самцов против 2,3 раза у самок).

2. Более позднее появление поверхностных некрозов в зоне роста меланомы – 3-я неделя; при этом их количество было таким же, как и в группе сравнения, тогда как у самок некрозы появлялись на 2-й неделе [14], а их количество было в 3 раза больше, чем у самцов основной группы и у самок из группы сравнения [14].

3. Однофокусный рост первичных опухолевых узлов, тогда как у самок часто – двухфокусный рост [14].

4. Появление беспигментного варианта меланомы с 1-й недели развития злокачественного процесса, максимально – на 2-й неделе, тогда как у всех самок – насыщенно-тёмная окраска опухолей [14].

5. Более позднее (со 2-й недели) появление метастатических отсеков – так же, как и в группе сравнения, тогда как у самок с болью метастазы регистрировались с 1-й недели канцерогенеза, а в группе сравнения – только с 4-й [14].

6. Метастазирование преимущественно в лёгкие, как и в группе сравнения, но в отличие от неё – ещё и в селезёнку (на 3-й неделе). У самок основной группы регистрировалось метастазирование ещё в печень, а также в атипичные места – сердце, матку [14].

Таким образом, хроническая нейропатическая боль, несмотря на общие признаки, по-разному влияла на развитие злокачественного процесса меланомы B16/F10 у самцов и самок мышей, что позволяет нам настаивать на целесообразности проведения исследований, направленных на изучение механизмов её влияния на процессы канцерогенеза параллельно у животных обоего пола.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов по представленной статье.

Литература

1. Bouhassira D., Lantéri-Minet M., Attal N. [et al.]. Prevalence of chronic pain with neuropathic characteristics in the general population // *Pain*. 2008. Vol. 136 (3). P. 380–387. DOI: 10.1016/j.pain.2007.08.013.
2. Pizzo P., Clark N. Relieving pain in America: a blueprint for transforming prevention, care, education, and research (Institute of medicine). Washington, DC: The National Academies Press, 2011.
3. Van den Beuken-van Everdingen M.H., de Rijke J.M., Kessels A.G., Schouten H.C. [et al.]. Prevalence of pain in patients with cancer: a systematic review of the past 40 years // *Ann. Oncol.* 2007. Vol. 18. P. 1437–1449.
4. Leppert W., Zajackowska R., Wordliczek J. [et al.]. Pathophysiology and clinical characteristics of pain in most common locations in cancer patients // *J. Physiology and Pharmacology*. 2016. Vol. 67 (6). P. 787–799.
5. Кукушкин М.Л. Этиопатогенетические принципы лечения хронической боли // *Рус. мед. журн.* 2007. Вып. 15 (10). С. 827.
6. Prendergast B.J., Onishi K.G., Zucker I. Female mice liberated for inclusion in neuroscience and biomedical research // *Neurosci. Biobehav. Rev.* 2014. Vol. 40. P. 1–5. DOI: 10.1016/j.neubiorev.2014.01.001.
7. Klein S.L., Schiebinger L., Stefanick M.L. [et al.]. Opinion: sex inclusion in basic research drives discovery // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 2015. Vol. 112 (17). P. 5257–5258. DOI: 10.1073/pnas.1502843112.
8. Beery A.K., Zucker I. Sex bias in neuroscience and biomedical research // *Neurosci. Biobehav. Rev.* 2011. Vol. 35 (3). P. 565–572. DOI: 10.1016/j.neubiorev.2010.07.002.
9. Mogil J.S. Sex differences in pain and pain inhibition: multiplex planations of a controversial phenomenon // *Nat. Rev. Neurosci.* 2012. Vol. 13 (12). P. 859–866. DOI: 10.1038/nrn3360.

10. Bartley E.J., Fillingim R.B. Sex differences in pain: a brief review of clinical and experimental findings // *BJA*. 2013. Vol. 111 (1). P. 52–58. DOI: 10.1093/bja/aet127.

11. Beggs S., Trang T., Salter M.W. P2X4R + microglia drive neuropathic pain // *Nat. Neurosci.* 2012. Vol. 15 (8). P. 1068–1073. DOI: 10.1038/nn.3155.

12. Sorge R.E., Mapplebeck J.C.S., Rosen S. [et al.]. Different immune cells mediate mechanical pain hypersensitivity in male and female mice // *Nat. Neurosci.* 2015. Vol. 18. P. 1081–1083. DOI: 10.1038/nn.4053.

13. Дионесов С.М. Боль и ее влияние на организм человека и животного. М., 1963.

14. Кит О.И., Францянц Е.М., Котиева И.М. [и др.]. Некоторые механизмы повышения злокачественности меланомы на фоне хронической боли у самок мышей // *Рос. журн. боли*. 2017. Т. 53 (2). С. 14–20.

15. Глазкова Т.Г., Софьина З.П., Горбунова В.А. [и др.]. Экспериментальная оценка противоопухолевых препаратов в СССР и США. М.: Медицина, 1980. 296 с.

References

1. Bouhassira D., Lantéri-Minet M., Attal N. et al. Prevalence of chronic pain with neuropathic characteristics in the general population. *Pain*. 2008, vol. 136 (3), pp. 380-387. DOI: 10.1016/j.pain.2007.08.013.

2. Pizzo P., Clark N. *Relieving pain in America: a blueprint for transforming prevention, care, education, and research (Institute of medicine)*. Washington, DC: The National Academies Press, 2011.

3. Van den Beuken-van Everdingen M.H., de Rijke J.M., Kessels A.G., Schouten H.C. et al. Prevalence of pain in patients with cancer: a systematic review of the past 40 years. *Ann. Oncol.* 2007, vol. 18, pp. 1437-1449.

4. Leppert W., Zajackowska R., Wordliczek J. et al. Pathophysiology and clinical characteristics of pain in most common locations in cancer patients. *J. Physiology and Pharmacology*. 2016, vol. 67(6), pp. 787-799.

5. Kukushkin M.L. The principles of etiopathogenetic treatment of chronic pain [Etiopathogenetic principles of

chronic pain management]. *Rus. med. zhurnal*. 2007, iss. 15 (10), p. 827.

6. Prendergast B.J., Onishi K.G., Zucker I. Female mice liberated for inclusion in neuroscience and biomedical research. *Neurosci. Biobehav. Rev.* 2014, vol. 40, pp. 1-5. DOI: 10.1016/j.neubiorev.2014.01.001.

7. Klein S.L., Schiebinger L., Stefanick M.L. et al. Opinion: sex inclusion in basic research drives discovery. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 2015, vol. 112 (17), pp. 5257-5258. DOI: 10.1073/pnas.1502843112.

8. Beery A.K., Zucker I. Sex bias in neuroscience and biomedical research. *Neurosci. Biobehav. Rev.* 2011, vol. 35 (3), pp. 565-572. DOI: 10.1016/j.neubiorev.2010.07.002.

9. Mogil J.S. Sex differences in pain and pain inhibition: multiplex planations of a controversial phenomenon. *Nat. Rev. Neurosci.* 2012, vol. 13 (12), pp. 859-866. DOI: 10.1038/nn.3360.

10. Bartley E.J., Fillingim R.B. Sex differences in pain: a brief review of clinical and experimental findings. *BJA*. 2013, vol. 111 (1), pp. 52-58. DOI: 10.1093/bja/aet127.

11. Beggs S., Trang T., Salter M.W. P2X4R + microglia drive neuropathic pain. *Nat. Neurosci.* 2012, vol. 15 (8), pp. 1068-1073. DOI: 10.1038/nn.3155.

12. Sorge R.E., Mapplebeck J.C.S., Rosen S. et al. Different immune cells mediate mechanical pain hypersensitivity in male and female mice. *Nat. Neurosci.* 2015, vol. 18, pp. 1081-1083. DOI: 10.1038/nn.4053.

13. Дionesov С.М. *Bol' i ee vliyanie na organizm cheloveka i zhivotnogo* [Pain and its effect on the human and animal organism]. Moscow, 1963.

14. Кит О.И., Францянц Е.М., Котиева И.М. и др. Некоторые мехhanizmy povysheniya zlokachestvennosti melanomy na fone khronicheskoi boli u samok myshei [Some mechanisms of increasing malignancy of B16/F10 melanoma in female mice with chronic pain]. *Ros. zhurn. boli*. 2017, vol. 53(2), pp. 14-20.

15. Глазкова Т.Г., Софина З.П., Горбунова В.А. и др. *Ekspperimental'naya otsenka protivopukholevykh preparatov v SSSR i SShA* [Experimental assessment of antitumor drugs in USSR and USA]. Moscow: Meditsina, 1980, 296 p.

УДК 616.5-006.81-06-085:615.35

10.23683/0321-3005-2019-1-112-121

ТКАНЕВАЯ СИСТЕМА РЕГУЛЯЦИИ ПЛАЗМИНОГЕНА В ДИНАМИКЕ МЕЛАНОМЫ КОЖИ У МЫШЕЙ-САМЦОВ, ВОСПРОИЗВЕДЕННОЙ НА ФОНЕ ХРОНИЧЕСКОЙ БОЛИ

© 2019 г. Е.М. Франциянц¹, О.И. Кит¹, И.М. Котиева¹, И.В. Каплиева¹, Л.С. Козлова¹,
В.А. Бандовкина¹, Л.К. Трепитаки¹, Ю.А. Погорелова¹, Л.Я. Розенко¹

¹Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, Ростов-на-Дону, Россия

TISSUE SYSTEM OF PLASMINOGEN REGULATION IN DYNAMICS OF CUTANEOUS MELANOMA IN MALE MICE WITH CHRONIC PAIN

Е.М. Frantsiyants¹, O.I. Kit¹, I.M. Kotieva¹, I.V. Kaplieva¹, L.S. Kozlova¹, V.A. Bandovkina¹,
L.K. Trepitaki¹, J.A. Pogorelova¹, L.Ya. Rozenko¹

¹Rostov Research Institute of Oncology, Rostov-on-Don, Russia

Франциянц Елена Михайловна – доктор биологических наук, профессор, руководитель лаборатории изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Elena M. Frantsiyants - Doctor of Biological Sciences, Professor, Head of Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Кит Олег Иванович – доктор медицинских наук, профессор, член-корреспондент РАН, генеральный директор Ростовского научно-исследовательского онкологического института, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Oleg I. Kit - Doctor of Medicine, Professor, Corresponding Member, RAS, General Director, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Котиева Инга Мавлевна – кандидат медицинских наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Inga M. Kotieva - Candidate of Medicine, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Каплиева Ирина Викторовна – кандидат медицинских наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Irina V. Kaplieva - Candidate of Medicine, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Козлова Лариса Степановна – кандидат биологических наук, доцент, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Larisa S. Kozlova - Candidate of Biological Sciences, Associate Professor, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Бандовкина Валерия Ахтямовна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Valeriya A. Bandovkina - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Трепитакки Лидия Константиновна – научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Lidia K. Trepitaki - Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Погорелова Юлия Александровна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, лаборатория изучения патогенеза злокачественных опухолей, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Julija A. Pogorelova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Malignant Tumor Pathogenesis Study, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Розенко Людмила Яковлевна – доктор медицинских наук, профессор, главный научный сотрудник, отделение радиологии, Ростовский научно-исследовательский онкологический институт, ул. 14-я линия, 63, г. Ростов-на-Дону, 344037, Россия, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Lyudmila Ya. Rozenko - Doctor of Medicine, Professor, Main Researcher, Department of Radiology, Rostov Research Institute of Oncology, 14-ya Liniya St., 63, Rostov-on-Don, 344037, Russia, e-mail: super.gormon@yandex.ru

Цель работы. Изучение влияния хронической нейрогенной боли (ХНБ) на регуляторы плазминогена (ПГ) в меланоме кожи и на участках кожи, не связанных с опухолью, у мышей линии C57BL/6 в динамике роста экспериментальной меланомы B16/F10.

Материалы и методы. Эксперимент проведен на 66 мышцах-самцах с соблюдением правил работы с животными. ИФА-методами определяли регуляторы ПГ в гомогенатах кожи и опухоли в 4 группах: основной, контрольной, сравнения, интактной. Обозначения международные, без расшифровки.

Результаты. В коже при ХНБ снижались уровни uPA+, tPA-акт, ПГ, uPA-R, PAI-1-АГ; увеличивались PAI-1-акт и PAP (фон). После перевивки меланомы B16/F10 на фоне ХНБ в коже возрастали уровни PAI-1, ПГ, PAP, стабилизировались tPA, uPA, uPA-R; в опухоли наблюдали снижение uPA-R, рост PAI-1-АГ, PAP, uPA-акт относительно фона. В группе сравнения после перевивки меланомы в коже возрастали уровни ПГ, PAP (нестабильно), uPA-акт, tPA-акт, tPA-АГ относительно нормы; PAP был сравним с данными на фоне ХНБ. Опухоли появлялись на одну неделю позже, в них были повышены ПГ, uPA-акт, tPA, PAI-1-акт; уровень PAP был сравним с данными основной группы, остальные показатели не изменялись.

Заключение. ХНБ в коже самцов здоровых мышей линии C57BL/6 угнетает ПГ, uPA-акт, uPA-АГ, uPAR и PAI-1-АГ; выработка tPA-АГ и образование PAP в коже животных болью стимулируются. После перевивки меланомы B16/F10 на фоне боли в опухоли у мышей-самцов снижается уровень uPAR относительно контроля с болью со стабилизацией в коже; увеличено содержание PAP, tPA-АГ, PAI-1. Сроки выхода опухолей и появление метастазов, их начальный объем при ХНБ уменьшились сравнительно с традиционной перевивкой. Наблюдаемые эффекты мы связываем с воздействием хронической боли на метаболизм регуляторов ПГ в коже и опухоли мышей-самцов.

Ключевые слова: хроническая нейрогенная боль, меланома, регуляторы плазминогена.

Aim: study of the influence of chronic neurogenic pain (CNP) on plasminogen regulators in cutaneous melanoma and skin not affected by cancer in C57BL/6 mice in the dynamics of growth of experimental B16/F10 melanoma.

Material and methods. The experiment included 66 male mice and was conducted according to laws regulating the use of animals. Levels of plasminogen regulators were determined by ELISA in homogenates of the skin and tumors in the main, control, comparison and intact groups. International designations are given without decoding.

Results. The skin with pain showed decreased levels of uPA+, tPA-act, PG, uPA-R, PAI-1-Ag and increased PAI-1-act and PAP (compared to initial levels). After the B16/F10 melanoma transplantation to mice with CNP, skin levels of PAI-1, PG and PAP increased, tPA, uPA and uPA-R stabilized; tumor levels of uPA-R decreased, and PAI-1-Ag, PAP and uPA-act were elevated, compared to initial levels. In the comparison group after melanoma transplantation, skin levels of PG, PAP (inconsistently), uPA-act, tPA-act and tPA-Ag increased, compared to the norm; PAP was comparable with the levels in the skin+CNP. Tumor onset was observed a week later, and PG, uPA-act, tPA and PAI-1-act in tumors were increased, while PAP levels were comparable with the data in the main group; other levels did not change.

Conclusions. CNP in the skin of C57BL/6 male mice inhibits PG, uPA-act, uPA-Ag, uPAR and PAI-1-Ag; tPA-AG production and the formation of PAP in the skin of animals are stimulated by pain. After the B16/F10 melanoma transplantation to animals with CNP, tumor levels of uPAR decreases, compared to controls with CNP with stabilization in the skin, levels of PAP, tPA-Ag and PAI-1 are elevated. Time to the tumor onset and metastasis, their initial volume decreased in CNP, compared to the standard transplantation. We associate the observed effects with the influence of CNP on the metabolism of PG regulators in the skin and tumors of male mice.

Keywords: chronic neurogenic pain, melanoma, plasminogen regulators.

Введение

Считается доказанным, что хроническая боль – не симптом какого-то заболевания, а самостоятельная патология, требующая изучения и лечения [1]. Боль снижает сопротивляемость организма к развитию злокачественных опухолей и является одним из самых постоянных симптомов у онкологических больных. При прогрессивном течении заболевания частота её увеличивается [2, 3]. При развитии болевого синдрома высвобождаются лизосомальные ферменты из цитоплазмы клеток и активируется аутолиз, который и лежит в основе деструктивных процессов [4].

В канцерогенезе любого уровня задействованы практически все ферментные системы, но ведущая роль отводится плазмину. Ферментативный каскад регуляции плазминогена (ПГ) управляет пластичностью клеток, санирует и/или разрыхляет внеклеточный матрикс, является важным фактором долгосрочной регуляции метаболизма нервных структур, в частности при онкологических заболеваниях [5–9]. Доказательств участия хронической боли в прогрессировании экспериментальных опухолей пока недостаточно. Адекватной моделью для решения этой задачи в эксперименте является меланом B16/F10.

Цель настоящего исследования – изучение влияния хронической нейрогенной боли (ХНБ) мышцей-самцов линии C57BL/6 на каскад регуляции ПГ и на образование плазмينا в ткани меланомы кожи и на ее участках, не связанных с опухолью, в динамике роста экспериментальной меланомы B16/F10.

Материалы и методы

Все исследования проводились в соответствии с требованиями и условиями Международных рекомендаций по проведению медико-биологических исследований с использованием животных и приказом Минздрава РФ № 267 от 19.06.2003 «Об утверждении правил лабораторной практики». Манипуляции с животными производили в боксе с соблюдением общепринятых правил асептики и антисептики.

Работа выполнена на самцах мышей линии C57BL/6 (n=66) 8-недельного возраста с начальной массой 24–26 г. Животные получены из ФГБУН «Научный центр биомедицинских технологий», филиал ФМБА «Андреевка» (Московская область). Использовали клеточную линию мышинной меланомы B16/F10, метастазирующей в легкие, полученную из РОНЦ им. Н.Н. Блохина РАМН (г.

Москва). Наркоз – ксила-зоветиловый (за 10 мин до основного наркоза). Премедикация – ксилазин (препарат «Ксила») внутримышечно в дозе 0,05 мл/кг массы тела (по инструкции), затем зоветил-50 в дозе 10 мг на 100 г массы. Воспроизведение ХНБ выполняли общепринятым методом [10]. При стандартной перевивке [11] опухоль появляется в 100 % случаев; достаточно быстро растёт и на 12–16-е сут роста метастазирует, преимущественно гематогенно, в легкие (60–90 %), реже – в печень и селезенку. Распределение животных: основная группа – животные, у которых меланому B16/F10 воспроизводили после создания модели ХНБ (27); контрольная – животные с воспроизведенной моделью ХНБ без перевивки опухоли (7); группа сравнения со стандартной моделью меланомы – животные с перевивкой меланомы B16/F10 в той же дозе и объёме, что и в основной группе, но без воспроизведения модели ХНБ (25). Нормой считали данные, полученные при исследовании кожи 7 интактных мышей. Методами ИФА на стандартных тест-системах определяли содержание ПГ, плазмина, связанного с α -2-антиплазмином (РАР), урокиназного (uPA-АГ и uPA-акт) и тканевого (tPA-АГ и tPA-акт) активаторов ПГ, рецептора uPA (uPAR), серпина-1 (PAI-1-АГ и PAI-1-акт). Статистика: программа STATISTICA 10 с определением среднего и стандартного отклонения ($M \pm m$). Различия между средними оценивались с помощью непараметрического критерия Вилкоксона – Манна – Уитни и при $p < 0,05$ считались значимыми.

Результаты

При исследовании цитозольной фракции интактной кожи мышцей-самцов установлено наличие ПГ, РАР, uPAR, uPA, tPA, PAI-1 (табл. 1, 2). После хронизации болевого синдрома (2 недели) в гомогенатах кожи мышцей контрольной группы количество РАР увеличилось в 1,4 раза, tPA-АГ – в 4,3, PAI-1-акт – в 1,7. У животных этой же группы наблюдали снижение содержания ПГ – в 2,5 раза, uPAR – 2,7, uPA – 52,0, uPA-АГ – 129,2, tPA-акт – 2,4, PAI-1-АГ – в 11,0 раза.

На имеющемся фоне ХНБ 27 животным была перевита меланом B16/F10.

Для более четкой систематизации результатов рассмотрим изменения в коже вне опухоли. К окончанию 1-й недели после перевивки меланомы B16/F10 в коже всех мышцей возрос уровень РАР относительно соответствующего контроля, ПГ – только в коже мышцей основной группы, но содержание активаторов ПГ и PAI-1 у животных групп основной и сравнения изменялось по-разному. Ко-

личество uPA-акт и uPAR увеличилось в коже животных основной группы в 1,4 раза относительно контроля с ХНБ; в группе сравнения – uPA-акт – в 1,6 относительно нормы. В коже мышей группы сравнения уровень tPA-АГ стал выше нормы более чем в 3 раза, PAI-1-АГ – в 1,8. Содержание остальных компонентов в гомогенатах кожи обеих групп не изменилось.

В конце 2-й недели содержание ПГ увеличилось в коже обеих групп одинаково – в 1,6 раза; количество PAR снизилось также практически одинаково, в сред-

нем в 2 раза относительно предыдущего срока исследования. По остальным показателям увеличение коснулось только уровня PAI-1-АГ и PAI-1-акт в коже мышей-самцов основной группы – в 1,5 и 1,4 раза сравнительно с предыдущим сроком исследования. Уровень обеих форм uPA и tPA в коже мышей основной группы оставался без изменений; в коже мышей группы сравнения уменьшился в 1,4–1,6 раза (табл. 1). Только уровень PAI-1-АГ в коже мышей группы сравнения был снижен резко – в 6,2 раза относительно предыдущего срока исследования.

Таблица 1

Активность и содержание компонентов фибринолитической системы в коже мышей-самцов с меланомой B16/F10 на фоне нейрогенной хронической боли (M±m) / Activity and levels of components of the fibrinolytic system in the skin of male mice with B16/F10 melanoma and chronic neurogenic pain (M±m)

Показатель	Интактные животные		Число недель					
			1		2		3	
	Без боли, норма	С болью (фон)*	Группа сравнения	Основная группа*	Группа сравнения	Основная группа*	Группа сравнения	Основная группа*
PAR, нг/г тк	14,52±0,9	20,06±1,5 ¹	47,61±3,6 ¹	42,13±3,6 ^{1,2}	22,81±1,7 ^{1,2}	22,60±1,5 ¹	30,70±2,4 ^{1,2}	42,30±3,6 ^{1,2}
ПГ, нг/г тк	6,85±0,5	2,70±0,2 ¹	7,572±0,6	3,301±0,1 ^{1,2}	12,42±0,9 ^{1,2}	5,303±0,4 ^{1,2}	14,99±1,1 ¹	6,200±0,5
UPAR, пг/г тк	110,3±6,5	40,50±3,1 ¹	103,7±8,9	55,37±4,2 ^{1,2}	72,90±5,4 ^{1,2}	52,67±4,3 ^{1,2}	65,13±5,7 ¹	47,27±3,8 ¹
uPA-акт, ед/г тк	1,56±0,1	0,029±0,002 ¹	2,431±0,2 ¹	0,040±0,02 ^{1,2}	1,701±0,1 ²	0,036±0,02 ¹	1,650±0,9	0,038±0,02 ¹
uPA-АГ, нг/г тк	215,3±16,8	1,667±0,1 ¹	233,9±17,4	1,483±0,1 ¹	148,6±11,3 ^{1,2}	1,367±0,1 ¹	181,6±14,2 ²	1,503±0,1 ¹
tPA-акт, ед/г тк	0,55±0,04	0,232±0,02 ¹	1,711±0,1 ¹	0,205±0,01 ¹	1,502±0,1 ¹	0,213±0,02 ¹	0,861±0,07 ^{1,2}	0,198±0,01 ¹
tPA-АГ, нг/г тк	2,981±0,2	12,87±0,9 ¹	9,912±0,8 ¹	12,27±0,8 ¹	6,901±0,5 ^{1,2}	10,93±0,8 ¹	4,803±0,3 ^{1,2}	11,90±0,9 ¹
PAI-1-акт, ед/г тк	12,61±1,02	21,90±1,6 ¹	10,96±0,9	25,12±1,7 ¹	12,71±0,8	35,12±2,6 ^{1,2}	52,50±4,1 ^{1,2}	42,30±3,7 ¹
PAI-1-АГ, г/г тк	40,0±3,5	3,633±0,3 ¹	72,71±5,8 ¹	3,467±0,3 ¹	11,83±0,7 ^{1,2}	5,30±0,4 ^{1,2}	28,01±1,6 ^{1,2}	48,58±3,9 ²

Примечание. ¹ – различия достоверны относительно данных интактных животных ($p < 0,05$); ² – различия достоверны сравнительно с предыдущим сроком исследования ($p < 0,05$); * – жирным шрифтом выделены данные групп мышей с нейрогенной болью.

Через 3 недели количество ПГ в гомогенатах кожи обеих групп осталось без изменений относительно предыдущего срока исследования. Уровень PAR увеличился в основной группе в 1,9 раза, в группе сравнения – в 1,4.

Содержание uPAR, uPA и tPA в коже мышей основной группы в этот срок практически не менялось; в группе сравнения наблюдали небольшое, но четко выраженное увеличение уровня uPA-АГ в 1,2 раза ($p < 0,0341$), снижение количества tPA-АГ и tPA-акт – в 1,7 и 1,4.

Содержание обеих форм серпина (PAI-1-АГ и PAI-1-акт) увеличилось в коже всех мышей-самцов относительно предыдущего срока исследования, но в основной группе интенсивнее накапливались латентные формы (PAI-1-АГ) – в 9,2 раза, а в группе сравнения – PAI-1-акт – в 4,1 (табл. 1).

Далее рассмотрены изменения изучаемых компонентов системы фибринолиза в развивающейся опухоли (табл. 2). В меланоме мышей основной

группы уже через одну неделю после перевивки измерения намеченных показателей стали возможными, так как опухоли имели достаточный размер и массу. В течение первых трех недель пониженное содержание ПГ и накопление PAR в опухоли мышей основной группы позволяют предполагать прямое участие плазмينا в росте меланомы на болевом фоне. В этот же срок выход опухолей наблюдали и у животных группы сравнения, но размеры опухолевых узлов (1–2 мм) еще не позволили провести исследования, так как было недостаточно опухолевого материала.

В опухолях мышей группы сравнения на 2–3-й неделе образование PAR происходило практически также интенсивно, количество ПГ оставалось стабильно увеличенным в 2–3 раза на 2-й и 3-й неделе наблюдения.

Уровень uPA-АГ и uPA-акт в опухоли мышей основной группы изменялся примерно в тех же пределах, что и в коже вне опухоли (табл. 1, 2). Уровень

uPAR на 1-й неделе стал выше фона в 1,4 раза, в динамике развития опухоли стабилизировался, оставаясь в среднем вдвое ниже нормы (табл. 2).

В опухоли мышей группы сравнения содержание uPA-АГ соответствовало норме, uPA-акт постепенно возрастало, уровень uPAR через 2 недели

не имел различий с нормой, к концу 3-й недели уменьшился в 1,5 раза. В опухоли животных основной группы tPA, снизившись на 1-й неделе, далее накапливал латентные формы tPA-АГ; к концу 3-й недели их количество было близко к данным контрольной группы с болью.

Таблица 2

Активность и содержание компонентов фибринолитической системы в опухоли мышей-самцов с меланомой B16/F10 на фоне нейрогенной хронической боли (M±m) / Activity and levels of components of the fibrinolytic system in tumors of male mice with B16/F10 melanoma and chronic neurogenic pain (M±m)

Показатель	Число недель					
	1		2		3	
	Группа сравнения	Основная группа*	Группа сравнения	Основная группа*	Группа сравнения	Основная группа*
РАР, нг/г тк	Регистрировались опухолевые узлы размером 1–2 мм, не исследовались	39,14±2,6 ^{1,2}	43,71±3,5 ¹	50,22±4,1 ^{1,2}	48,80±3,9 ¹	59,93±4,3 ^{1,2}
ПГ, нг/г тк		6,440±0,5 ²	20,30±1,6 ¹	4,333±0,3 ^{1,2}	21,60±1,7 ¹	4,950±0,4 ¹
UPAR, пг/г тк		51,86±4,7 ^{1,2}	98,40±7,4	27,01±1,6 ^{1,2}	73,48±5,3 ^{1,2}	21,06±1,6 ^{1,2}
uPA-акт, ед/г тк		0,050±0,003 ^{1,2}	1,902±0,1 ¹	0,043±0,002 ¹	2,701±0,2 ^{1,2}	0,044±0,002 ¹
uPA-АГ, нг/г тк		1,640±0,1 ¹	215,4±17,0	1,801±0,2 ¹	300,4±23,5 ^{1,2}	1,550±0,1 ¹
tPA-акт, ед/г тк		0,276±0,02 ¹	2,303±0,1 ¹	0,378±0,03 ^{1,2}	2,401±0,2 ¹	0,410±0,03 ¹
tPA-АГ, нг/г тк		8,880±0,6 ^{1,2}	7,701±0,6 ¹	9,883±0,7 ¹	11,63±0,8 ^{1,2}	10,28±0,8 ¹
РАI-1-акт, ед/г тк		28,41±1,6 ^{1,2}	33,51±1,9 ¹	29,53±1,8 ¹	41,32±3,6 ^{1,2}	24,92±1,7 ¹
РАI-1-АГ, нг/г тк		6,503±0,5 ^{1,2}	44,50±3,3	9,167±0,6 ^{1,2}	39,01±2,7	8,267±0,6 ¹

Примечание. ¹ – различия достоверны относительно данных интактных животных ($p < 0,05$); ² – различия достоверны сравнительно с предыдущим сроком исследования ($p < 0,05$); * – жирным шрифтом выделены данные групп мышей с нейрогенной болью.

Уровень tPA-акт на 1-й неделе соответствовал контролю с болью, при дальнейшем росте опухоли увеличился практически в 2 раза (табл. 2).

Если НХБ вызвала снижение латентной формы ингибитора РАI-1-АГ в коже, то после перевивки меланомы его количество стало расти в опухоли, оставаясь ниже нормы, но выше, чем в контроле с НХБ, в 1,3 раза. Содержание РАI-1-акт в опухоли оставалось стабильно повышенным относительно нормы и соответствовало контролю с НХБ в течение всего наблюдения. В опухоли мышей группы сравнения на 2-й и 3-й неделе уровень РАI-1-акт был значимо увеличен, РАI-1-АГ соответствовал норме.

Обсуждение

Известно, что НХБ влияет на пусковые механизмы протеолиза в плане стимуляции поступления цитокинов, хемокинов, факторов роста, многих протеиназ из глиальных клеток во внеклеточное пространство [12], увеличивает индукцию мРНК для tPA и uPA в ганглиях дорзального корешка грызунов после перерезки седалищного нерва, рез-

ко снижает иммунореактивность для uPA и uPA-опосредованного протеолиза [5, 7, 13]. Участие протеиназ каскада регуляции ПГ в росте и распространении злокачественных новообразований считается признанным [14–16].

В эксперименте [17] показано, что после повреждения нерва экспрессия uPA велика, но непродолжительна. Авторы доказали, что нейроны высвобождают uPA в самой ранней фазе восстановления после травмы седалищного нерва (1–3 дня), причем этот uPA не влияет на выживаемость нейронов, а вместе со своим рецептором способствует развитию структурных изменений в окружающей ткани. В настоящем эксперименте, как и в [17], увеличение содержания uPA-АГ и активация в uPA-акт в коже всех животных на болевом фоне, скорее всего, могли происходить в ранние сроки после перевивки седалищного нерва, в связи с чем через 2 недели после моделирования НХБ (накануне перевивки меланомы B16/F10) наблюдалось их уменьшение в коже. Мы полагаем, что истощение ПГ, uPA-АГ, uPA-акт при НХБ в проведенном эксперименте является следствием быстрой и бурной их активации, начавшейся в

коже самцов при моделировании ХНБ. После перевивки эта картина повторилась в опухоли в процессе ее роста. Это, возможно, сыграло свою роль в изменении сроков развития экспериментальной меланомы: у мышей основной группы опухоли развивались раньше, чем у мышей группы сравнения. Показатели состояния фибринолитической системы в меланоме мышей группы сравнения мы сопоставили с таковыми основной группы, начиная со 2-й недели после перевивки, когда масса их опухолей стала достаточной для исследования ткани. В [17] подчеркивается, что после повреждения седалищного нерва взаимодействие uPA с uPAR способствует не только ремоделированию тканей, но и воспалению, хемотаксису, пролиферации клеток, адгезии и миграции.

В коже контрольных животных ХНБ вызывала значимое уменьшение uPAR, а после перевивки меланомы – небольшое, но статистически подтвержденное. Его увеличение в коже (не достигающее нормы) наблюдалось только в 1–2-ю недели развития опухоли.

Содержание uPAR в опухоли при развитии меланомы на болевом фоне в 1-ю неделю практически совпадало с таковым в коже, но через 2 и 3 недели его уровень в опухоли снижался практически вдвое против данных 1-й недели и контроля с болью. В [18] показано, что дефицит uPAR у мышей значительно снижает восприимчивость к классическому воспроизведению канцерогенеза в коже, так как uPAR способствует пролиферации клеток и образованию опухолей. Учитывая эти сведения и наши наблюдения, мы полагаем, что при ХНБ uPA-акт и uPA-АГ, оба активно связывающиеся с uPAR на клеточной мембране, теряют свойства растворимых ферментов и не попадают в зону определения их содержания (цитозольная фракция), сохраняя при этом биологические свойства. В пользу этого свидетельствуют сроки появления опухоли (на одну неделю раньше, чем в классическом воспроизведении) и ее метастазов (через 2 недели канцерогенеза) у мышей основной группы относительно более поздних (на 1–2 недели) сроков у мышей группы сравнения. Мы допускаем, что может иметь место расход uPA-АГ и uPA-акт, направленный на восстановительные процессы после лигирования седалищного нерва в модели ХНБ. С другой стороны, механизм более раннего развития меланомы кожи у мышей самцов на фоне ХНБ, чем при традиционном воспроизведении этой опухоли, не совсем ясен. Исследователями обсуждаются повреждающие свойства tPA – как непосредственные, так и опосредованные, через активацию смежных протеолитических систем.

Как сообщалось в обзоре [16], реакции компонентов фибринолитической группы, в том числе tPA, бывают и независимыми от образования фибрина, так как и коагулянты, и плазмин вызывают активацию рецепторов активированных протеиназ на экстравакулярных клетках. В [16] рассмотрены функции плазмينا, которые оказались различными в зависимости от того, в какой ткани он образуется и какой активатор этому способствует. В проведенном эксперименте повышение уровня PAF и tPA-АГ в коже, вызванное ХНБ, сохранилось после перевивки меланомы в коже и опухоли до окончания наблюдения. Уже доказано, что в моделях ХНБ усиление tPA-зависимого протеолиза [5–7, 13] инициируется и его проферментом [19]. Содержание tPA-акт в опухоли на фоне боли постепенно повышалось. К терминальной стадии оно почти достигло нормальных значений с сохранением фоновых в коже. В [20] при изучении ишемии и гипоксии мозга установили, что формирование tPA-опосредованного плазмينا является критическим компонентом внесосудистых незрелых протеолитических повреждений. При росте опухоли на болевом фоне решающим фактором повреждения могут оказаться не только всеми признанные свойства uPA, но и tPA, поскольку tPA, предотвращая тромбоз в сосудах, одновременно высвобождает множество реакций, способствующих повреждению паренхимы, включая протеолиз [21]. Эти эффекты являются плазминнезависимыми и не блокируются антиплазмином [20]. Данные [22] прямо указывают на то, что плазминзависимый фибринолиз облегчает рост опухоли, в том числе и путем поддержания проходимости ее сосудистой сети.

Что касается плазмينا, то в коже выделенных групп животных наблюдали разный ритм его образования: в первые две недели количество PAF не имело значимых различий, а на 3-й неделе его количество в коже без меланомы на фоне боли существенно превышало уровень фермента у мышей группы сравнения. То же относится и к содержанию ПГ – снизился в коже на фоне боли; после перевивки меланомы его уровень повышался очень медленно и только к концу 3-й недели достиг нормы. В коже мышей группы сравнения (традиционная перевивка) уровень ПГ плавно и значимо увеличивался на 2-й и 3-й неделе роста опухоли. Снижение содержания ПГ в коже мы связываем с воздействием ХНБ на скорость образования плазмينا, тем более что у животных основной группы развитие опухоли и метастазов наблюдали раньше, чем в группе сравнения.

Фибринолиз как внутрисосудистый, так и экстравакулярный регулируется ингибитором активаторов ПГ серпином PAI-1, который, ковалентно

связываясь с tPA и uPA, необратимо их инактивирует со скоростью от 10 до 1000 раз быстрее, чем другие ингибиторы активаторов плазминогена [20].

При моделировании ХНБ PAI-1-АГ и PAI-1-акт в коже изменялись в противофазе относительно данных мышей группы сравнения, постепенно увеличиваясь после перевивки меланомы с максимумом через 3 недели эксперимента. В опухоли мышей основной группы PAI-1-АГ, снизившись в модели боли, после перевивки меланомы B16/F10 постепенно и статистически значимо повышался, а PAI-1-акт оставался стабильно повышенным. Доказано, что PAI-1 играет двойную роль как в увеличении, так и в ингибировании апоптоза [23], поэтому PAI-1 теперь рассматривается как «обоюдоострый меч» в регуляции апоптоза [24]. Повышение PAI-1-АГ в меланоме мышей основной группы относительно контроля с ХНБ было значимо, хотя выражено в небольшой степени и оставалось существенно ниже нормы и данных группы сравнения до конца наблюдения, но опухоли у мышей основной группы вышли и дали метастазы на одну неделю ранее. Меланома у мышей основной группы начала метастазировать на 2–3-й неделе ее роста, у группы сравнения – на 3–4-й, в обоих случаях – в лёгкие. Однако случаев метастазирования было больше в основной группе: на 2-й неделе эксперимента метастазы в лёгких определялись у 42 % животных, на 3-й – у 95 %; в группе сравнения – на 3-й неделе у 21 %, на 4-й – у 50 %. В проведенном эксперименте видна связь содержания PAI-1-акт в коже с началом метастазирования во 2-ю неделю канцерогенеза у мышей основной группы. У животных группы сравнения эта связь видна также хорошо, но через 3 недели.

Создается впечатление, что ХНБ внесла серьезные коррективы в течение злокачественного процесса у мышей-самцов. Наши результаты согласуются с данными [25], где утверждается, что PAI-1 может действовать как переключатель между пролиферацией и миграцией опухолевых клеток. Авторы [6, 7], изучая динамику uPA, tPA и PAI-1 в развитии ХНБ и обобщая данные своих ранних исследований, сообщили, что совместная экспрессия PAI-1 и PAI-2 с tPA и uPA в нейронах достигает пика в первые 3 дня после травмы периферического нерва, а затем снижается. Возможно, именно этот феномен мы наблюдали и в модели ХНБ, и далее, в течение первых 2 недель развития меланомы. Авторы считают, что оба PAI могут действовать аутокринно, модулируя внеклеточную протеолитическую активность после повреждения нерва.

Заключение

При хронизации нейрогенной боли в коже самцов здоровых мышей линии C57BL/6 снижено содержание ПГ, uPA-акт, uPA-АГ, uPAR и PAI-1-АГ; выработка tPA-АГ, PAI-1-акт и образование PAR в коже животных болью стимулируются. У мышей-самцов линии C57BL/6 изменения в коже после перевивки меланомы B16/F10 и в растущей опухоли касались всех исследуемых показателей, но в большей степени привлекает внимание динамика uPA, uPAR, tPA и PAI-1. Перечисленные ферменты необратимо взаимодействуют с PAI-1, причем ХНБ, возможно, повышает их аффинность, ускоряя взаимодействие. Стабильно увеличенное количество tPA-АГ в опухоли и коже основной группы мышей, постепенное увеличение tPA-акт могут быть связаны с изменением условий накопления латентных и активной форм фермента под воздействием ХНБ. Уровень PAI-1-АГ снижен в связи с ускорением его активации в PAI-1-акт под влиянием ХНБ и в коже, и в опухоли. Максимальное содержание tPA и PAI-1 в коже животных обеих групп совпадало по времени с появлением метастазов. После перевивки меланомы B16/F10 на фоне боли на 2–3-й неделе в опухоли у мышей-самцов снизился уровень uPAR относительно контроля с болью со стабилизацией в коже, увеличилось содержание PAR, tPA-АГ, PAI-1. Наблюдаемые эффекты мы связываем с воздействием ХНБ на метаболизм регуляторов ПГ в коже и опухоли мышей-самцов. Сроки выхода опухолей, их метастазирование и объем при ХНБ отличаются от таковых при традиционной перевивке:

- опухоли выходят на одну неделю раньше, чем при традиционной перевивке (в основной группе – на 1-й неделе после перевивки, в группе сравнения – на 2-й);

- средний объем появившихся на 1-й неделе опухолей в основной группе был более чем в 20 раз меньше среднего объема опухолей, появившихся на 2-й неделе у мышей группы сравнения; на 2-й неделе после перевивки размеры опухолей в обеих группах значимых различий не имели;

- метастазы в легкие регистрировались в основной группе через 2 недели и в большем количестве, в группе сравнения – через 3–4 недели.

Наши результаты подтверждают литературные сведения о важной роли регуляторов ПГ в формировании нейропатической боли и злокачественных новообразований, а также доказывают несомненное участие плазмина, tPA и PAI-1 в развитии меланомы B16/F10 на фоне ХНБ.

Литература

1. Яхно Н.Н., Кукушкин М.Л. Хроническая боль: медико-биологические и социально-экономические аспекты // Вестн. РАМН. 2012. Вып. 9. С. 54–58.
2. Кут О.И., Франциянц Е.М., Котиева И.М., Каплиева И.В., Трепитаки Л.К., Бандовкина В.А., Розенко Л.Я., Черярина Н.Д., Погорелова Ю.А. Некоторые механизмы повышения злокачественности меланомы на фоне хронической боли у самок мышей // Рос. журн. боли. 2017. № 2 (53). С. 14–20.
3. Leppert W., Zajackowska R., Wordliczek J., Dobrogowski J., Woron J., Krzakowski M. Pathophysiology and clinical characteristics of pain in most common locations in cancer patients // J. Physiology and Pharmacology. 2016. Vol. 67 (6). P. 787–799.
4. Chlebowski R.T., Col N. Bisphosphonates and breast cancer prevention // Anticancer Agents Med. Chem. 2012. Vol. 12 (2). P. 144–150. PMID: 21864227.
5. Yamanaka H., Obata K., Fukuoka T., Dai Y., Kobayashi K., Tokunaga A., Noguchi K. Tissue plasminogen activator in primary afferents induces dorsal horn excitability and pain response after peripheral nerve injury // Eur. J. Neurosci. 2004. Vol. 19. P. 93–102. PMID: 14750967.
6. Yamanaka H., Obata K., Fukuoka T., Dai Y., Kobayashi K., Tokunaga A., Noguchi K. Induction of plasminogen activator inhibitor-1 and -2 in dorsal root ganglion neurons after peripheral nerve injury // Neuroscience. 2005. Vol. 132. P. 183–191.
7. Yamanaka H., Kobayashi K., Okubo M., Noguchi K. Annexin A2 in primary afferents contributes to neuropathic pain associated with tissue type plasminogen activator // Neuroscience. 2016. Vol. 314. P. 189–199. PMID: 26642807. DOI: 10.1016/j.neuroscience.2015.11.058.
8. Valiente M., Obenaus A.C., Jin X., Chen Q., Zhang X.H., Lee D.J., Chaff J.E., Kris M.G., Huse J.T., Brogi E., Massagué J. Serpins promote cancer cell survival and vascular co-option in brain metastasis // Cell. 2014. Vol. 156 (5). P. 1002–1016. PMID: 24581498. DOI: 10.1016/j.cell.2014.01.040.
9. Sato M., Kawana K., Adachi K., Fujimoto A., Yoshida M., Nakamura H., Nishida H., Inoue T., Taguchi A., Takahashi J., Kojima S., Yamashita A., Tomio K., Nagamatsu T., Wada-Hiraike O., Oda K., Osuga Y., Fujii T. Decreased expression of the plasminogen activator inhibitor type 1 is involved in degradation of extracellular matrix surrounding cervical cancer stem cells // Int. J. Oncol. 2016. Vol. 48 (2). P. 829–835. PMID: 26676222. DOI: 10.3892/ijo.2015.3283.
10. Патент РФ 2650587. Способ модификации хронической болью злокачественного роста меланомы B16 у мышей / О.И. Кит, Е.М. Франциянц, И.В. Каплиева, Л.К. Трепитаки, И.М. Котиева. Опубл. 16.04.2018. Бюл. № 11.
11. Dingemane K.P. B-16 Melanoma Metastasis in Mouse Liver and Lung // Inv. Metast. 1985. Vol. 5. P. 50–60.
12. Ru-Rong J., Temugin B., Maiken N. Glia and pain: Is chronic pain a gliopathy? // Pain. 2013. Vol. 154 (1). P. 10–28. PMID: PMC3858488. DOI: 10.1016/j.pain.2013.06.022.
13. Kozai T., Yamanaka H., Dai Y., Obata K., Kobayashi K., Mashimo T., Noguchi K. Tissue type plasminogen activator induced in rat dorsal horn astrocytes contributes to mechanical hypersensitivity following dorsal root injury // Glia. 2007. Vol. 55. P. 595–603.
14. Tang L., Han X. The urokinase plasminogen activator system in breast cancer invasion and metastasis // Biomedicine and Pharmacotherapy. 2013. Vol. 67 (2). P. 179–182.
15. Witzel I., Milde-Langosch K., Schmidt M., Karn T., Becker S., Wirtz R., Rody A., Laakmann E., Schütze D., Jänicke F., Müller V. Role of urokinase plasminogen activator and plasminogen activator inhibitor mRNA expression as prognostic factors in molecular subtypes of breast cancer // Oncol. Targets Ther. 2014. Vol. 28 (7). P. 2205–2213. PMID: 25506225. PMID: PMC4259258. DOI: 10.2147/OTT.S65344.
16. Schuliga M. The inflammatory actions of coagulant and fibrinolytic proteases in disease // Mediators Inflamm. 2015. Vol. 2015. P. 4376–4395.
17. Wu F., Catano M., Echeverry R., Torre E., Haile W.B., An J., Chen C., Cheng L., Nicholson A., Tong F.C., Park J., Yepes M. Urokinase-type plasminogen activator promotes dendritic spine recovery and improves neurological outcome following ischemic stroke // J. Neurosci. 2014. Vol. 34. P. 14219–14232. PMID: 4205548. DOI: 10.1523/JNEUROSCI.5309-13.2014.
18. Mazziari R., Pietrogrande G., Gerasi L., Gandelli A., Colombo P., Moi D., Brombin C., Ambrosi A., Danese S., Mignatti P., Blasi F., D'Alessio S. Urokinase Receptor Promotes Skin Tumor Formation by Preventing Epithelial Cell Activation of Notch1 // Cancer Res. 2015. Vol. 75 (22). P. 4895–4909. DOI: 10.1158/0008-5472.CAN-15-0378.
19. McMahon B.J., Kwaan H.C. Components of the Plasminogen-Plasmin System as Biologic Markers for Cancer // Adv. Exp. Med. Biol. 2015. Vol. 867. P. 145–156. PMID: 26530365. DOI: 10.1007/978-94-017-7215-0_10.
20. Yang D., Kuan C.Y. Anti-tissue plasminogen activator (tPA) as an effective therapy of neonatal hypoxia-ischemia with and without inflammation // CNS Neurosci. Ther. 2015. Vol. 21 (4). P. 367–373. PMID: PMC4376575. DOI: 10.1111/cns.12365.
21. Сидоренко Ю.С., Мусиенко Н.В., Франциянц Е.М. Некоторые показатели активности протеолитической системы в ткани злокачественной опухоли и перифокальной зоны при различных локализациях рака // Вестн. Южн. науч. центра РАН. 2008. Т. 4 (2). С. 93–98.
22. Hald A., Eickhardt H., Maerkedahl R.B., Feldborg C.W., Egerod K.L., Engelholm L.H., Laerum O.D., Lund L.R., Rønø B. Plasmin-driven fibrinolysis facilitates skin tumor growth in a gender-dependent manner // FASEB J. 2012. Vol. 26 (11). P. 4445–4457. DOI: 10.1096/fj.12-208025. PMID: 22815383.

23. Chen H., Peng H., Liu W. [et al.]. Silencing of plasminogen activator inhibitor-1 suppresses colorectal cancer progression and liver metastasis // *Surgery*. 2015. Vol. 158 (6). P. 1704–1713.

24. Mahmood N., Mihalcioiu C., Rabbani S.A. Multifaceted Role of the Urokinase-Type Plasminogen Activator (uPA) and Its Receptor (uPAR): Diagnostic, Prognostic, and Therapeutic Applications // *Front Oncol*. 2018. Vol. 8. P. 24. PMID: PMC5816037. DOI: 10.3389/fonc.2018.00024.

25. Pavón M.A., Arroyo-Solera I., Céspedes M.V., Casanova I., León X., Mangues R. uPA/uPAR and SERPINE1 in head and neck cancer: role in tumor resistance, metastasis, prognosis and therapy // *Oncotarget*. 2016. Vol. 35 (7). P. 57351–57366.

References

1. Yakhno N.N., Kukushkin M.L. Khronicheskaya bol': mediko-biologicheskie i sotsial'no-ekonomicheskie aspekty [Chronic pain: medico-biologic and socio-economic aspects]. *Vestn. RAMN*. 2012, iss. 9, pp. 54-58.

2. Kit O.I., Frantsiyants E.M., Kotieva I.M., Kaplieva I.V., Trepitaki L.K., Bandovkina V.A., Rozenko L.Ya., Cheryarina N.D., Pogorelova Yu.A. Nekotorye mekhanizmy povysheniya zlokachestvennosti melanomy na fone khronicheskoi boli u samok myshei [Some mechanisms of increasing malignancy of B16/F10 melanoma in female mice with chronic pain]. *Ros. zhurn. boli*. 2017, No. 2 (53), pp. 14-20.

3. Leppert W., Zajackowska R., Wordliczek J., Dobrogowski J., Woron J., Krzakowski M. Pathophysiology and clinical characteristics of pain in most common locations in cancer patients. *J. Physiology and Pharmacology*. 2016, vol. 67(6), pp. 787-799.

4. Chlebowski R.T., Col N. Bisphosphonates and breast cancer prevention. *Anticancer Agents Med. Chem*. 2012, vol. 12 (2), pp. 144-150. PMID: 21864227.

5. Yamanaka H., Obata K., Fukuoka T., Dai Y., Kobayashi K., Tokunaga A., Noguchi K. Tissue plasminogen activator in primary afferents induces dorsal horn excitability and pain response after peripheral nerve injury. *Eur. J. Neurosci*. 2004, vol. 19, pp. 93-102. PMID: 14750967.

6. Yamanaka H., Obata K., Fukuoka T., Dai Y., Kobayashi K., Tokunaga A., Noguchi K. Induction of plasminogen activator inhibitor-1 and -2 in dorsal root ganglion neurons after peripheral nerve injury. *Neuroscience*. 2005, vol. 132, pp. 183-191.

7. Yamanaka H., Kobayashi K., Okubo M., Noguchi K. Annexin A2 in primary afferents contributes to neuropathic pain associated with tissue type plasminogen activator. *Neuroscience*. 2016, vol. 314, pp. 189-199. PMID: 26642807. DOI: 10.1016/j.neuroscience.2015.11.058.

8. Valiente M., Obenaus A.C., Jin X., Chen Q., Zhang X.H., Lee D.J., Chaff J.E., Kris M.G., Huse J.T., Brogi E., Massagué J. Serpins promote cancer cell survival

and vascular co-option in brain metastasis. *Cell*. 2014, vol. 156 (5), pp. 1002-1116. PMID: 24581498. DOI: 10.1016/j.cell.2014.01.040.

9. Sato M., Kawana K., Adachi K., Fujimoto A., Yoshida M., Nakamura H., Nishida H., Inoue T., Taguchi A., Takahashi J., Kojima S., Yamashita A., Tomio K., Nagamatsu T., Wada-Hiraike O., Oda K., Osuga Y., Fujii T. Decreased expression of the plasminogen activator inhibitor type 1 is involved in degradation of extracellular matrix surrounding cervical cancer stem cells. *Int. J. Oncol*. 2016, vol. 48(2), pp. 829-835. PMID: 26676222. DOI: 10.3892/ijo.2015.3283.

10. Patent No. 2650587, Russian Federation. *Sposob modifikatsii khronicheskoy bolyu zlokachestvennogo rosta melanomy V16 u myshey* [Method of the melanoma B16 malignant growth in mice modification with chronic pain]. O.I. Kit, E.M. Frantsiyants, I.V. Kaplieva, L.K. Trepitaki, I.M. Kotieva. Publ. 16.04.2018. Bull. No. 11.

11. Dingemane K.P. B-16 Melanoma Metastasis in Mouse Liver and Lung. *Inv. Metast*. 1985, vol. (5), pp. 50-60.

12. Ru-Rong J., Temugin B., Maiken N. Glia and pain: Is chronic pain a gliopathy? *Pain*. 2013, vol. 154 (1), pp. 10-28. PMID: PMC3858488. DOI: 10.1016/j.pain.2013.06.022.

13. Kozai T., Yamanaka H., Dai Y., Obata K., Kobayashi K., Mashimo T., Noguchi K. Tissue type plasminogen activator induced in rat dorsal horn astrocytes contributes to mechanical hypersensitivity following dorsal root injury. *Glia*. 2007, vol. 55, pp. 595-603.

14. Tang L., Han X. The urokinase plasminogen activator system in breast cancer invasion and metastasis. *Biomedicine and Pharmacotherapy*. 2013, vol. 67 (2), pp. 179-182.

15. Witzel I., Milde-Langosch K., Schmidt M., Kam T., Becker S., Wirtz R., Rody A., Laakmann E., Schütze D., Jänicke F., Müller V. Role of urokinase plasminogen activator and plasminogen activator inhibitor mRNA expression as prognostic factors in molecular subtypes of breast cancer. *Oncol. Targets Ther*. 2014, vol. 28 (7), pp. 2205-2213. PMID: 25506225. PMID: PMC4259258. DOI: 10.2147/OTT.S65344.

16. Schuliga M. The inflammatory actions of coagulant and fibrinolytic proteases in disease. *Mediators Inflamm*. 2015, vol. 2015, pp. 4376-4395.

17. Wu F., Catano M., Echeverry R., Torre E., Haile W.B., An J., Chen C., Cheng L., Nicholson A., Tong F.C., Park J., Yepes M. Urokinase-type plasminogen activator promotes dendritic spine recovery and improves neurological outcome following ischemic stroke. *J. Neurosci*. 2014, vol. 34, pp. 14219-14232. PMC 4205548. DOI: 10.1523/JNEUROSCI.5309-13.2014/

18. Mazziere R., Pietrogrande G., Gerasi L., Gandelli A., Colombo P., Moi D., Brombin C., Ambrosi A., Danese S., Mignatti P., Blasi F., D'Alessio S. Urokinase Receptor Promotes Skin Tumor Formation by Preventing Epithelial Cell Activation of Notch1. *Cancer Res*. 2015, vol. 75 (22), pp. 4895-4909. DOI: 10.1158/0008-5472.CAN-15-0378.

19. McMahon B.J., Kwaan H.C. Components of the Plasminogen-Plasmin System as Biologic Markers for Cancer. *Adv. Exp. Med. Biol.* 2015, vol. 867, pp. 145-156. PMID: 26530365. DOI: 10.1007/978-94-017-7215-0_10.

20. Yang D., Kuan C.Y. Anti-tissue plasminogen activator (tPA) as an effective therapy of neonatal hypoxia-ischemia with and without inflammation. *CNS Neurosci. Ther.* 2015, vol. 21 (4), pp. 367-373. PMID: PMC4376575. DOI: 10.1111/cns.12365.

21. Sidorenko Yu.S., Musienko N.V., Frantsiyants E.M. Nekotorye pokazateli aktivnosti proteoliticheskoi sistemy v tkani zlokachestvennoi opukholi i perifokal'noi zony pri razlichnykh lokalizatsiyakh raka [Some indicators of the proteolytic system activity in tissues of malignant tumor and perifocal zone in various cancers]. *Vestn. Yuzhn. nauch. tsentra RAN.* 2008, vol. 4 (2), pp. 93-98.

22. Hald A., Eickhardt H., Maerkedahl R.B., Feldorg C.W., Egerod K.L., Engelholm L.H., Laerum O.D., Lund L.R.,

Rønø B. Plasmin-driven fibrinolysis facilitates skin tumor growth in a gender-dependent manner. *FASEB J.* 2012, vol. 26 (11), pp. 4445-4457. DOI: 10.1096/fj.12-208025. PMID: 22815383.

23. Chen H., Peng H., Liu W. et al. Silencing of plasminogen activator inhibitor-1 suppresses colorectal cancer progression and liver metastasis. *Surgery.* 2015, vol. 158 (6), pp. 1704-1713.

24. Mahmood N., Mihalcioiu C., Rabbani S.A. Multifaceted Role of the Urokinase-Type Plasminogen Activator (uPA) and Its Receptor (uPAR): Diagnostic, Prognostic, and Therapeutic Applications. *Front Oncol.* 2018, vol. 8, p. 24. PMID: PMC5816037. DOI: 10.3389/fonc.2018.00024.

25. Pavón M.A., Arroyo-Solera I., Céspedes M.V., Casanova I., León X., Mangues R. uPA/uPAR and SERPINE1 in head and neck cancer: role in tumor resistance, metastasis, prognosis and therapy. *Oncotarget.* 2016, vol. 35 (7), pp. 57351-57366.

Правила оформления статьи

1. Материалы, предназначенные для публикации, могут быть представлены в редакцию одним из следующих способов:

- по электронной почте: izvestiya@sfedu.ru;
- на диске и бумажном носителе почтой по адресу: 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42, журнал «Известия вузов. Сев.-Кавк. регион»;
- принесены в редакцию лично по адресу: г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 2, к. 110.

2. К статье прилагаются на отдельном листе на русском и английском языках:

- сведения о каждом из авторов (фамилия, имя, отчество, место работы, должность, учёная степень, звание, домашний, служебный и электронный адреса, телефоны). Если авторов несколько, указать, с кем вести переписку;
- аннотация (1500 – 2000 знаков/150 – 200 слов);
- название статьи и фамилии авторов;
- ключевые слова (8–10);
- индекс УДК.

Единицы измерения следует давать в соответствии с Международной системой единиц (СИ).

3. Объем статьи – не менее 8 страниц машинописного текста, включая таблицы, список литературы (желательно не менее 10 источников) и рисунки (не более 5).

4. Статья оформляется в формате DOC или DOCX (MS Word) через 1,5 интервала, шрифтом Times New Roman размером 14 пт. Поля со всех сторон – 2,5 см. Использование любых других шрифтов возможно только в виде исключения, с приложением файла шрифта (TTF). Не следует использовать знаки принудительного переноса и дополнительных пробелов.

5. Статья должна содержать лишь необходимые формулы, от промежуточных выкладок желательно отказаться. Формулу размещать на половине строки. Большие формулы надо разбить на несколько строк. Векторные величины и матрицы выделяются прямым полужирным шрифтом. Нумеруются только те формулы, на которые имеются ссылки. Нумерация формул – сквозная по всей статье.

Таблицы должны иметь заголовки на русском и английском языках; в них допускаются только общепринятые сокращения. Желательно, чтобы таблица не превышала одной страницы текста. Количество таблиц не может превышать количество страниц.

Рисунки, графики и схемы располагаются в папке «Рисунки». Они должны быть черно-белыми, в формате JPG, TIFF; каждый рисунок должен иметь подрисуночную подпись на русском и английском языках.

6. **Литература** приводится в порядке упоминания в конце статьи, ссылки в тексте в квадратных скобках. Допускаются ссылки только на опубликованные материалы. Иностранные источники даются на языке оригинала. При ссылке на электронный ресурс указывается дата обращения.

Также должна прилагаться транслитерация списка литературы. Для русскоязычных статей дополнительно в скобках указать перевод названия на английский язык. Транслитерация (References) выполняется с помощью программы на сайте <http://translit.net>, выбрать вкладку «Варианты» – BSI.

Библиография оформляется согласно ГОСТу 7.0.5-2008.

**НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ И ПРИКЛАДНОЙ ЖУРНАЛ
«ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ.
СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»**

Рецензируемый журнал «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки» продолжает приём работ. Он имеет статус центрального издания и включён в перечень ВАК по следующим отраслям:

- физико-математические науки (математика, механика);
- науки о Земле.

Принимаются работы и по другим отраслям науки. Также печатаются материалы в разделах «Заметки о книгах»; «Научная жизнь»; «Штрихи к портрету».

Журнал издается с периодичностью 4 номера в год. С электронной версией можно ознакомиться на сайте Научной электронной библиотеки http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7362. Опубликованные статьи индексируются в российских и международных электронных библиотеках и наукометрических базах данных: РИНЦ (RSCI), РУКОНТ, «Киберленинка», ЭБС «Университетская библиотека онлайн», Ulrich, EBSCO, Chemical Abstracts.

Авторы, сохраняя за собой авторские права на работу и передавая журналу «Известия вузов. Северо-Кавказский регион» право первой публикации, автоматически принимают на себя обязательство не печатать её ни полностью, ни частично в каком-либо издании без указания ссылки на оригинальную публикацию в этом журнале.

Издательские услуги оплачиваются организацией или автором после утверждения статьи на редколлегии.

Оформление работ осуществляется согласно правилам:

1. Представляется статья в электронном виде. После заголовка указать индекс УДК.
2. Текст должен быть набран в редакторе Microsoft Office Word 2000, 2003, 2007, 2010 через 1,5 интервала, шрифтом Times New Roman, размером 14 пт, страницы пронумерованы.
3. Сопроводительное или рекомендательное письмо, если статья представляется от организации. Экспертное заключение.
4. Полное название организации и ее адрес на русском и английском языках.
5. Сведения об авторах с указанием адреса, по которому будет вестись переписка, на русском и английском языках.
6. Название статьи и фамилии авторов на русском и английском языках.
7. Аннотация на русском и английском языках (1000–1500 знаков / 150–200 слов).
8. Ключевые слова на русском и английском языках (8–10 слов).

Журнал распространяется по подписке – через ОАО «Роспечать». Подписной индекс – 70415 (подписка на полугодие). В неподписной период отдельные номера журнала за нынешний и прошлые годы можно приобрести в редакции.

Адрес для переписки: 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42, ЮФУ, редакция журнала «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки».

Тел./факс главной редакции (863) 218-40-00 добавочный 11-093, 11-094.

E-mail: izvestiya@sfedu.ru

Адрес в Интернете: www.izvestiya.sfedu.ru

ISSN 0321-3005. DOI 10.23683/0321-3005-2019-1. Известия высших учебных заведений.

Северо-Кавказский регион. Естественные науки.

2019. № 1